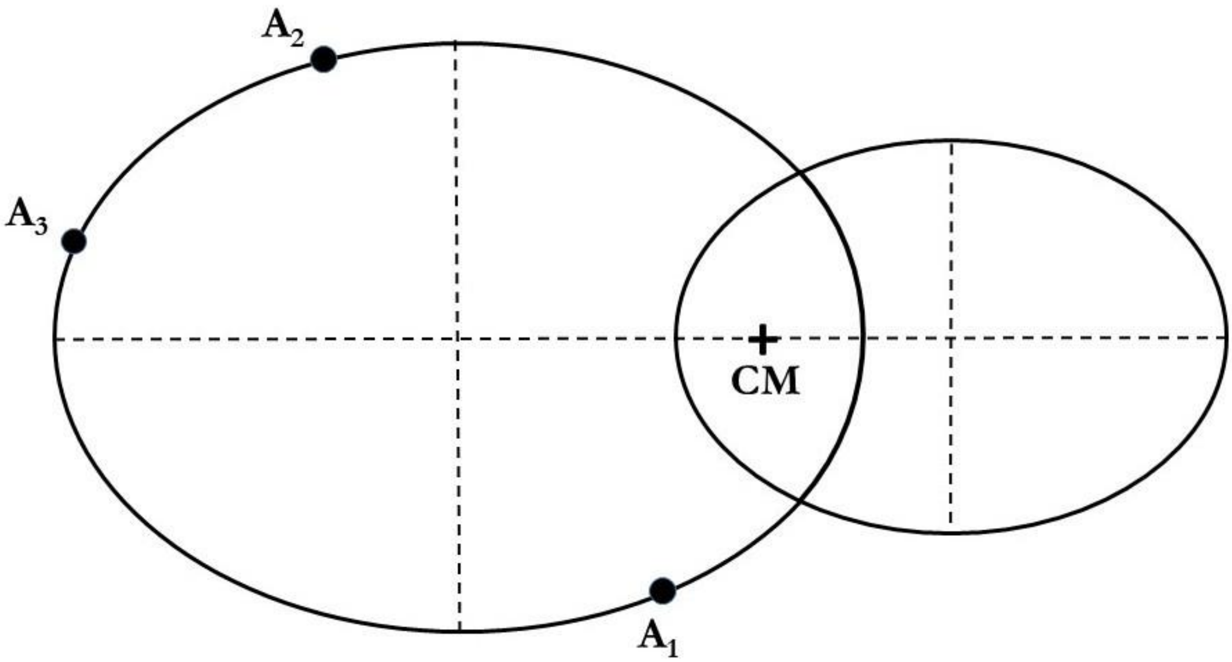
XXIII Campionati Italiani di Astronomia

Finale Nazionale - 7 maggio 2025

Prova Pratica - Categoria Senior

1 - L'orbita di una binaria

Nel disegno qui sotto, dove 1 cm è pari a 10 UA, sono raffigurate le orbite delle due stelle (A e B) che compongono un sistema binario. Per ciascuna orbita sono tracciati l'asse maggiore e l'asse minore. La direzione di osservazione è perpendicolare al piano orbitale delle componenti. La stella A ha una massa pari a quella del Sole. Il centro di massa del sistema (CM) è indicato con il simbolo (**+**).



1. Completate la tabella, inserendo nelle unità indicate tra parentesi e con il corretto numero di cifre significative:
   a) i semiassi maggiori ($\mathbf{a_A}$ e $\mathbf{a_B}$) delle orbite delle due stelle;
   b) l'eccentricità (**e**) delle due orbite, arrotondata alla prima cifra decimale;
   c) la massa ($\mathbf{M_B}$) della stella B;
   d) il periodo orbitale (**P**) del sistema;
   e) la distanza minima ($\mathbf{d_m}$) tra le due stelle.
2. Riportate sul disegno le posizioni $\mathbf{B_1}$, $\mathbf{B_2}$ e $\mathbf{B_3}$ della stella B quando la stella A si trova nelle posizioni A_1, A_2 e A_3.
3. Riportate sul disegno le posizioni delle due stelle quando si trovano alla loro minima distanza, indicandole con $\mathbf{A_m}$ e $\mathbf{B_m}$.

Nelle misure con il righello arrotondate i valori ottenuti al millimetro.

a_A (UA)		a_A (km)	
a_B (UA)		a_B (km)	
e			
M_B ($M_\odot$)		M_B (kg)	
P (s)		P (anni)	
d_m (UA)		d_m (km)	

Soluzione

Per l’orbita della componente A: $a_A \simeq 5.5\ \text{cm} = 55\ \text{UA} \simeq 8.2 \cdot 10^9\ \text{km}$, $b_A \simeq 4.0\ \text{cm}$.
Per l’orbita della componente B: $a_B \simeq 3.7\ \text{cm} = 37\ \text{UA} \simeq 5.5 \cdot 10^9\ \text{km}$, $b_B \simeq 2.7\ \text{cm}$.

Le due orbite hanno la stessa eccentricità che, ricavata dalla prima con la precisione richiesta è:

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \simeq \sqrt{1 - \left(\frac{4.0\ \text{cm}}{5.5\ \text{cm}}\right)^2} \simeq 0.7\,.$$

Poiché per le componenti di un sistema binario vale la relazione $\frac{a_A}{a_B} = \frac{M_B}{M_A}$, ricaviamo:

$$M_B = M_A \cdot \frac{a_A}{a_B} \simeq M_A \cdot \frac{5.5\ \text{cm}}{3.7\ \text{cm}} \simeq 1.5\ M_\odot \simeq 3.0 \cdot 10^{30}\ \text{kg}\,.$$

Detta **a** la somma dei semiassi maggiori delle orbite delle due componenti, il periodo orbitale **P** del sistema binario è dato dalla relazione:

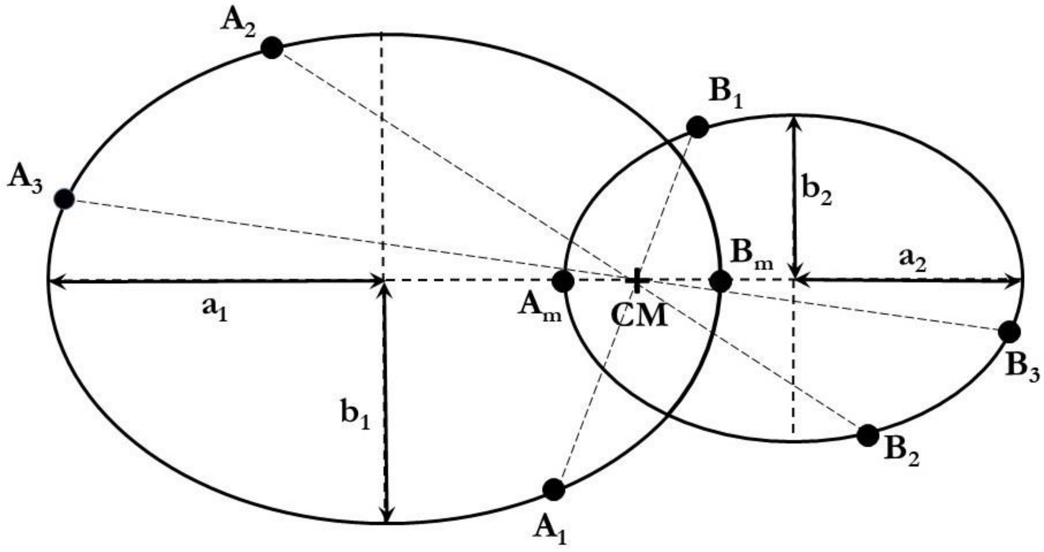
$$P = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot a^3}{G \cdot (M_A + M_B)}} \simeq \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (13.7 \cdot 10^{12}\ \text{m})^3}{6.674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot 5.0 \cdot 10^{30}\text{kg}}} \simeq 1.7 \cdot 10^{10}\ \text{s} \simeq 550\ \text{anni}\,.$$

La distanza minima $\mathbf{d_m}$ tra le due componenti si avrà quando entrambe si trovano alla distanza minima $\mathbf{d_{Am}}$ e $\mathbf{d_{Bm}}$ dal centro di massa:

$$d_m = d_{Am} + d_{Bm} \simeq 1.4\ \text{cm} + 1.2\ \text{cm} \simeq 2.6\ \text{cm} \simeq 26\ \text{UA} \simeq 3.9 \cdot 10^9\ \text{km}\,.$$

a_A (UA)	**55**	a_B (km)	**$8.2 \cdot 10^9$ km**
a_B (UA)	**37**	a_B (km)	**$5.5 \cdot 10^9$ km**
e	**0.7**		
M_B ($M_\odot$)	**1.5**	M_B (kg)	**$3.0 \cdot 10^{30}$ kg**
P (s)	**$1.7 \cdot 10^{10}$ s**	P (anni)	**550 anni**
d_m (UA)	**3.9**	d_m (km)	**$3.9 \cdot 10^9$ km**

Per le posizioni $\mathbf{B_1}$, $\mathbf{B_2}$ e $\mathbf{B_3}$ sulle orbite, si deve tener conto del fatto che a ogni istante le due componenti si trovano in posizione opposta rispetto al centro di massa del sistema:



2 - Paese che vai, analemma che trovi

La figura 1 mostra l'analemma (grafico della posizione apparente in cielo nel corso dell'anno) del Sole alle 12:00 UT in una località non nota dell'emisfero boreale. In figura è riportata la griglia di coordinate altazimutali.

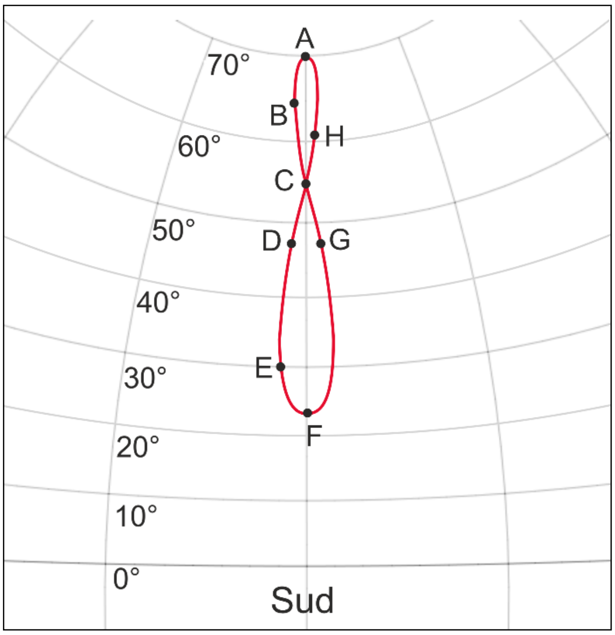


Figura 1: φ=?, λ=?, 12:00 UT

Riportate le risposte alle seguenti domande nei due fogli soluzioni allegati.

a) Ricavate le coordinate geografiche del luogo di osservazione.
b) Ricavate la declinazione del Sole quando si trova nei punti A, D e F del grafico.
c) Dite a quali punti del grafico (A, B, C, D, E, F, G e H) corrispondono le seguenti date: 1 febbraio, equinozio di primavera, 1 maggio, solstizio d'estate, 1 agosto, 1 settembre, equinozio d'autunno e solstizio d'inverno.
d) Disegnate in figura 2 l'analemma osservato da una località con coordinate geografiche φ=66.5° N e λ=15° E alle ore 11:00 UT, indicando sull'orizzonte il punto cardinale verso cui lo si vede.
e) Disegnate in figura 3 l'analemma osservato dalla località della figura 1 alle 12:00 UT, nell'ipotesi che l'orbita della Terra attorno al Sole sia circolare.
f) Disegnate in figura 4 l'analemma osservato dalla località della figura 1 alle 12:00 UT, nell'ipotesi che l'asse di rotazione terrestre sia perpendicolare all'eclittica.

Assumete per l'obliquità dell'eclittica il valore di 23.5°.

XXIII Campionati Italiani di Astronomia

Finale Nazionale - 7 maggio 2025

Prova Pratica - Categoria Senior

Paese che vai, analemma che trovi – foglio soluzioni 1

a) latitudine: ____________________ longitudine: ____________________

b)

punto	δ_{Sole}
A	
D	
F	

c)

data	punto
1 febbraio	
equinozio di primavera	
1 maggio	
solstizio d'estate	

data	punto
1 agosto	
1 settembre	
equinozio d'autunno	
solstizio d'inverno	

d)

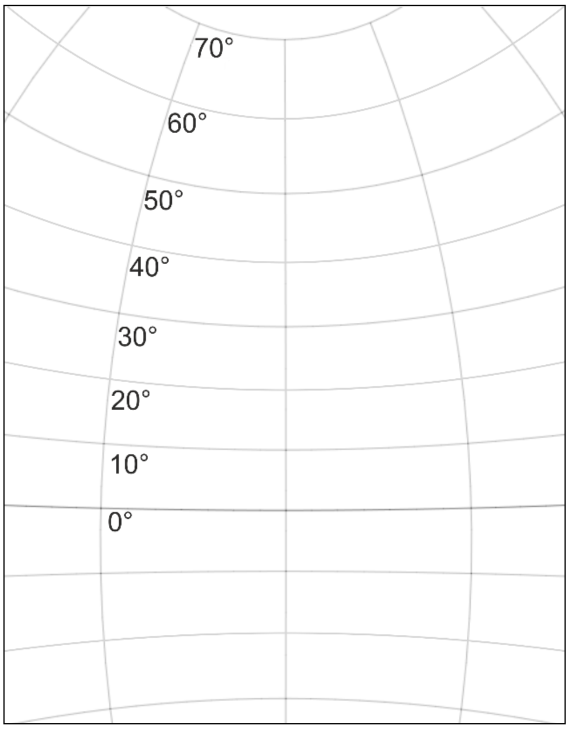


Figura 2: φ=66.5° N, λ=15° E, 11:00 UT

e)

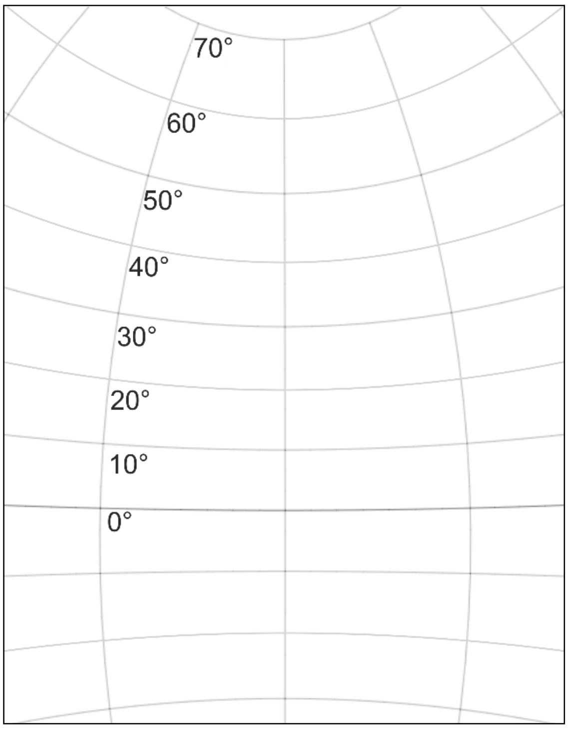


Figura 3: φ=?, λ=?, 12:00 UT
orbita terrestre circolare

Paese che vai, analemma che trovi – foglio soluzioni 2

f)

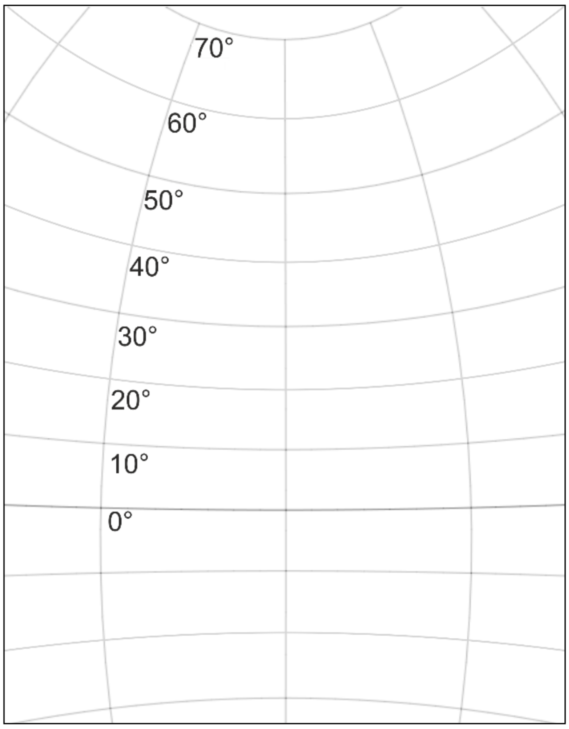


Figura 4: φ=?, λ=?, 12:00 UT
asse di rotazione perpendicolare all'eclittica

Soluzione

L'analemma indica la particolare curva geometrica a forma di otto (o lemniscata) che descrive la posizione del Sole in cielo nei diversi giorni dell'anno, alla stessa ora e nella stessa località.
A causa dell'inclinazione dell'asse terrestre rispetto all'eclittica e dell'ellitticità dell'orbita terrestre la posizione del Sole in cielo cambia giorno dopo giorno e l'effetto combinato è quello della figura dell'analemma.
L'analemma è la rappresentazione grafica dell'equazione del tempo (la differenza nel corso dell'anno del tempo solare vero con il tempo solare medio) in funzione della declinazione del Sole.
L'equatore celeste è perpendicolare all'asse verticale dell'analemma e lo interseca esattamente a metà tra il vertice superiore e quello inferiore.

a) L'estensione verticale dell'analemma, cioè la distanza tra l'estremità superiore e quella inferiore, è dovuta alla variazione di declinazione del Sole nel corso dell'anno. È un effetto dell'inclinazione dell'asse di rotazione della Terra.
Nell'emisfero boreale il punto più elevato dell'analemma coincide con il solstizio d'estate, ovvero il giorno in cui il Sole raggiunge al mezzogiorno locale la massima altezza sull'orizzonte (δ_{Sole}=+23.5°). Il Sole fotografato nel giorno del solstizio d'estate forma dunque il vertice superiore dell'analemma. Il vertice inferiore dell'analemma coincide con il solstizio d'inverno (δ_{Sole}=-23.5°).
Dalla figura si ricava l'altezza minima del Sole $h_{min} \simeq 23°$, e l'altezza massima $h_{max} \simeq 70°$, da cui l'altezza dell'equatore è $h_{eq} \simeq (23° + 70°)/2 \simeq 93°/2 \simeq 46.5°$. La latitudine del luogo di osservazione è $\varphi = 90° - h_{eq} \simeq 90° - 46.5° \simeq 43.5°$ N.
Poiché l'analemma risulta centrato rispetto al meridiano locale (direzione sud) e sappiamo che è stato ripreso alle 12:00 UT, possiamo affermare che il luogo di osservazione si trova sul meridiano di Greenwich: la sua longitudine è λ=0.

latitudine: 43.5° N ,   longitudine: λ=0

b) La declinazione minima del Sole (F) è δ_{min}=-23.5° e la declinazione massima (A) è δ_{max}=+23.5°. Il punto D si trova sull'equatore celeste, infatti la sua proiezione sull'asse verticale dell'analemma si trova a metà tra i punti A e F, quindi avrà δ=0°.

punto	δ_{Sole}
A	+23.5°
D	0°
F	-23.5°

c) Dalla soluzione del punto precedente sappiamo che A è il solstizio d'estate, F il solstizio d'inverno e D e G gli equinozi. Possiamo ricavare la posizione delle altre date ragionando, anche senza conoscere il verso con cui il Sole percorre l'analemma. Osservando le date notiamo che tra l'equinozio d'autunno e il solstizio d'inverno non è indicata nessuna data intermedia, mentre tra il solstizio d'inverno e l'equinozio di primavera è indicata la data del 1 febbraio: di conseguenza il punto G è l'equinozio d'autunno e il punto D è l'equinozio di primavera. Seguendo in ordine cronologico il tracciato dell'analemma ricaviamo la posizione delle altre date.

data	punto
1 febbraio	E
equinozio di primavera	D
1 maggio	H
solstizio d'estate	A

data	punto
1 agosto	B
1 settembre	C
equinozio d'autunno	G
solstizio d'inverno	F

d) Variando la latitudine cambia l'altezza dell'analemma in cielo. Da una località a 66.5° di latitudine nord l'altezza dell'equatore è $h_{eq} = 90° - \varphi = 90° - 66.5° = 23.5°$. L'altezza massima e minima del Sole sull'orizzonte è rispettivamente di $h_{max} = h_{eq} + \delta_{max} = 23.5° + 23.5° = 47°$ e $h_{min} = h_{eq} + \delta_{min} = 23.5° - 23.5° = 0°$. Il punto più basso dell'analemma è quindi tangente all'orizzonte (questa informazione si può ricavare anche notando che 66.5° è la latitudine del circolo polare artico) e il punto più alto è a un'altezza di 47° sull'orizzonte. L'analemma alle ore 11:00 UT osservato da una località con longitudine λ=15° appare in direzione sud come in figura 2 (la linea blu rappresenta l'equatore).

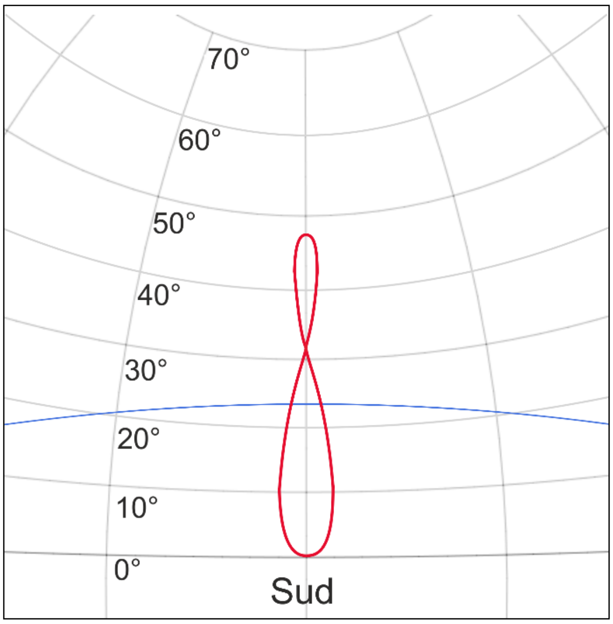


Figura 2: φ=66.5° N, λ=15°, 11:00 UT

e) Se l'orbita terrestre fosse circolare l'analemma avrebbe la forma di un otto, ma non allungato: sarebbe un otto formato da due lobi perfettamente simmetrici, perché la velocità orbitale della Terra sarebbe sempre la stessa durante tutto l'anno. L'ampiezza orizzontale dell'analemma nell'ipotesi di orbita terrestre circolare è dovuta al fatto che a causa dell'inclinazione dell'asse terrestre rispetto all'eclittica la durata del giorno solare durante l'anno non è costante. L'analemma apparirebbe come in figura 3 (la linea blu rappresenta l'equatore).

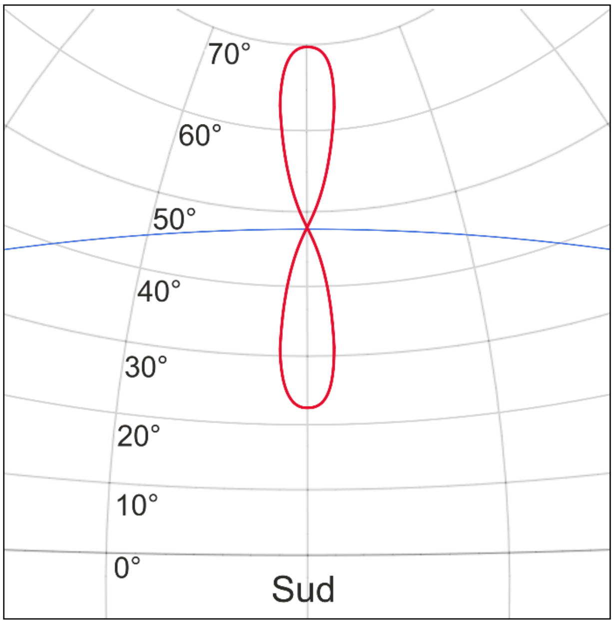


Figura 3: φ=43.5° N, λ=0°, 12:00 UT
orbita terrestre circolare

f) Se l'asse terrestre fosse perpendicolare all'eclittica, nel corso dell'anno il Sole si muoverebbe avanti e indietro lungo l'equatore in direzione sud, a causa dell'ellitticità dell'orbita terrestre. L'analemma può essere approssimato a un segmento orizzontale e apparirebbe come in figura 4 (la linea blu rappresenta l'equatore).

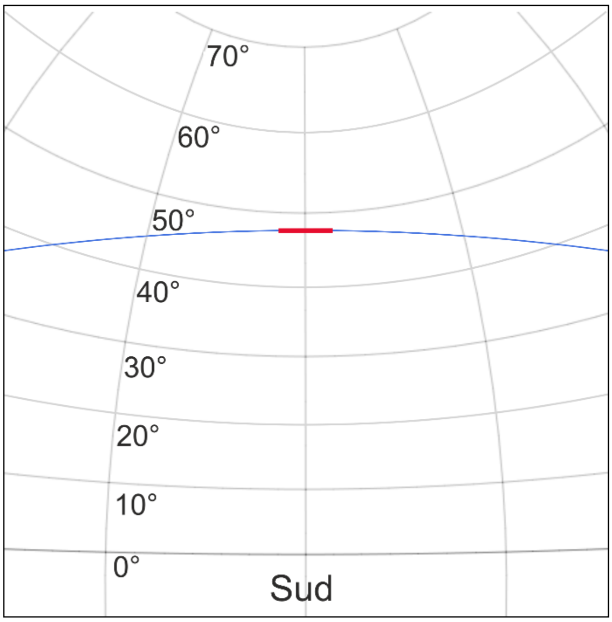


Figura 4: φ=43.5° N, λ=0°, 12:00 UT
asse terrestre perpendicolare all'eclittica