

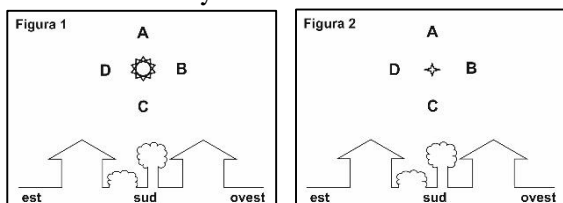


XXIII Campionati Italiani di Astronomia

Gara Interregionale - 27 febbraio 2025

Categoria Junior 2

1. Karel e Corty osservano il cielo



Il 15 aprile Karel vede il Sole in direzione sud, alto sull'orizzonte come mostrato in figura 1. Quella notte Corty vede la stella Arturo in direzione sud, alta sull'orizzonte come mostrato in figura 2.

Considerate in entrambi i casi le posizioni A, B, C e D e rispondete alle seguenti domande motivando la risposta:

- dove Karel vedrà il Sole due mesi dopo, alla stessa ora?
- dove Corty vedrà Arturo un mese dopo, alla stessa ora?

Soluzione:

- Il Sole tra l'equinozio di primavera e il solstizio d'estate appare di giorno in giorno più alto sull'orizzonte perché la sua declinazione aumenta. Karel vedrà due mesi dopo il Sole nella posizione A.
- Le stelle sorgono circa 3m 56s in anticipo ogni giorno, per effetto della differenza tra giorno solare e giorno siderale, quindi di giorno in giorno appaiono alla stessa ora spostate a ovest. Corty vedrà un mese dopo Arturo nella posizione B.

Approfondimento: nel corso dell'anno, ogni giorno alla stessa ora, il Sole appare in cielo in posizioni diverse rispetto a un punto immaginario che è l'intersezione tra l'equatore celeste e la direzione sud. Lo spostamento è dovuto alla forma ellittica dell'orbita terrestre e all'inclinazione dell'asse terrestre rispetto al piano dell'eclittica. L'equazione del tempo ha valore 0 sia il 15 aprile che il 14 giugno: in questi due giorni il Sole si trova nella stessa direzione, ma il 14 giugno sarà più a nord perché si sta avvicinando al solstizio d'estate quando raggiungerà la massima altezza sull'orizzonte.

2. Premio Nobel per la fisica

Vi trovate a Stoccolma ($\varphi = +59^\circ 21'$) per ritirare il premio Nobel per la fisica. Considerate le seguenti stelle: Mizar ($\alpha = 13^h 24^m$; $\delta = +54^\circ 55'$), Altair ($\alpha = 19^h 51^m$; $\delta = +8^\circ 52'$) e α -Centauri ($\alpha = 14^h 40^m$; $\delta = -60^\circ 50'$) e indicate quale di esse è circumpolare, quale è anti-circumpolare e quale è occidua.

Soluzione:

Da una località a latitudine φ risultano circumpolari le stelle la cui declinazione δ è:

$$\delta \geq 90^\circ - \varphi.$$

Da Stoccolma sono circumpolari le stelle con declinazione:

$$\delta \geq 90^\circ - 59^\circ 21' \geq 30^\circ 39'.$$

Da una località a latitudine φ sono anti-circumpolari le stelle la cui declinazione δ è:

$$\delta < \varphi - 90^\circ.$$

Da Stoccolma sono anti-circumpolari le stelle con declinazione:

$$\delta < 59^\circ 21' - 90^\circ < -30^\circ 39'.$$

Quindi da Stoccolma Mizar è circumpolare, α -Centauri è anti-circumpolare e Altair è occidua.

3. Qualcuno chiami Keplero!

Calcolate i periodi orbitali in anni terrestri dei seguenti pianeti nani:

- a) Plutone, il cui semiasse maggiore dell'orbita è $5.906 \cdot 10^9$ km;
- b) Makemake, il cui semiasse maggiore dell'orbita è $6.850 \cdot 10^{12}$ m;
- c) Haumea, il cui semiasse maggiore dell'orbita è del 9.8 % più grande rispetto al semiasse maggiore dell'orbita di Plutone;
- d) Cerere il cui semiasse maggiore dell'orbita è 2.765 UA.

Arrotondate il risultato all'intero più prossimo.

Soluzione:

Per ricavare il periodo di rivoluzione dei pianeti nani elencati possiamo utilizzare la III legge di Keplero nella sua forma semplificata, in quanto tutti orbitano attorno al Sole come la Terra. Esprimendo i semiassi maggiori in unità astronomiche otteniamo i periodi orbitali in anni:

$$\frac{T_{\text{Pianeta}}^2}{a_{\text{Pianeta}}^3} = \frac{T_{\text{Terra}}^2}{a_{\text{Terra}}^3} = 1.$$

$$T_{\text{Plutone}} = \sqrt{a_{\text{Plutone}}^3} = \sqrt{\left(\frac{5.906 \cdot 10^9 \text{ km}}{1.496 \cdot 10^8 \text{ km}}\right)^3} \approx 248 \text{ anni},$$

$$T_{\text{Makemake}} = \sqrt{a_{\text{Makemake}}^3} = \sqrt{\left(\frac{6.850 \cdot 10^9 \text{ km}}{1.496 \cdot 10^8 \text{ km}}\right)^3} \approx 310 \text{ anni},$$

$$T_{\text{Haumea}} = \sqrt{a_{\text{Haumea}}^3} = \sqrt{\left(\frac{(1 + 0.098) \cdot 5.906 \cdot 10^9 \text{ km}}{1.496 \cdot 10^8 \text{ km}}\right)^3} \approx 285 \text{ anni},$$

$$T_{\text{Cerere}} = \sqrt{a_{\text{Cerere}}^3} = \sqrt{(2.765)^3} \approx 5 \text{ anni}.$$

4. Il grande attrattore gravitazionale

Un'astronave, che sulla Terra pesa 14710 N, si trova alla distanza di 4 minuti luce dal centro di un grande attrattore gravitazionale di forma sferica e raggio pari a quello del Sole. Calcolate la forza di attrazione gravitazionale tra l'astronave e l'attrattore, nei seguenti due casi:

- a) la massa dell'attrattore gravitazionale è uguale alla metà della massa del Sole;
- b) la massa dell'attrattore gravitazionale è uguale alla massa di Giove.

Soluzione:

Detto P_A il peso dell'astronave sulla Terra, la sua massa m_A è:

$$m_A = \frac{P_A}{g} = \frac{14710 \text{ N}}{9.807 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} \approx 1500 \text{ kg}.$$

La distanza d dell'astronave dal centro dell'attrattore gravitazionale è:

$$d = (4 \cdot 60) \text{ s} \cdot c = 240 \text{ s} \cdot 2.998 \cdot 10^5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \approx 71.95 \cdot 10^6 \text{ km} = 71.95 \cdot 10^9 \text{ m}.$$

Detta M_{AG} la massa dell'attrattore gravitazionale, la forza di attrazione gravitazionale tra esso e l'astronave è:

$$F = \frac{G \cdot m_A \cdot M_{AG}}{d^2},$$

da cui, nei due casi a e b:

$$F_a = \frac{G \cdot m_A \cdot 0.5 \cdot M_{\text{Sole}}}{d^2} = \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 1500 \text{ kg} \cdot 0.5 \cdot 1.989 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{(71.95 \cdot 10^9 \text{ m})^2} \approx 19.22 \text{ N},$$

$$F_b = \frac{G \cdot m_A \cdot M_{\text{Giove}}}{d^2} = \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 1500 \text{ kg} \cdot 1.899 \cdot 10^{27} \text{ kg}}{(71.95 \cdot 10^9 \text{ m})^2} \simeq 3.672 \cdot 10^{-2} \text{ N}.$$

Magnitudine del sistema binario

Un sistema binario ha una magnitudine apparente totale pari a 2.15. La luminosità di una delle due stelle è il doppio di quella della compagna. Assumendo che le due stelle siano alla stessa distanza dall'osservatore, calcolate la magnitudine di ciascuna delle due stelle.

Soluzione:

Detti F_1 e F_2 i flussi delle due stelle, essendo esse alla stessa distanza dall'osservatore, la relazione tra i flussi è $F_1 = 2 \cdot F_2$.

Dalla definizione di magnitudine si ottiene:

$$\begin{aligned} m_{\text{TOT}} - m_1 &= -2.5 \cdot \log\left(\frac{F_{\text{TOT}}}{F_1}\right) = -2.5 \cdot \log\left(\frac{F_1 + F_2}{F_1}\right) = -2.5 \cdot \log\left(\frac{3 \cdot F_2}{2 \cdot F_2}\right) = \\ &= -2.5 \cdot \log\left(\frac{3}{2}\right) \simeq -2.5 \cdot 0.176 \simeq -0.440 \end{aligned}$$

da cui

$$m_1 = m_{\text{TOT}} + 0.440 = 2.15 + 0.440 = 2.59.$$

Analogamente:

$$\begin{aligned} m_{\text{TOT}} - m_2 &= -2.5 \cdot \log\left(\frac{F_{\text{TOT}}}{F_2}\right) = -2.5 \cdot \log\left(\frac{F_1 + F_2}{F_2}\right) = -2.5 \cdot \log\left(\frac{3 \cdot F_2}{F_2}\right) = \\ &= -2.5 \cdot \log(3) \simeq -2.5 \cdot 0.477 \simeq -1.19 \end{aligned}$$

da cui

$$m_2 = m_{\text{TOT}} + 1.19 = 2.15 + 1.19 = 3.34.$$

È possibile risolvere il problema con una soluzione alternativa, più lunga, ma corretta, riportata di seguito. Le differenze sull'ultima cifra decimale del risultato sono dovute agli arrotondamenti.

Dall'equazione

$$m_1 - m_2 = -2.5 \cdot \log\left(\frac{F_1}{F_2}\right) = -2.5 \cdot \log\left(\frac{2 \cdot F_2}{F_2}\right) = -2.5 \cdot \log(2) \simeq -0.75$$

otteniamo

$$m_1 = m_2 - 0.75.$$

Inseriamo il valore di m_1 nell'equazione:

$$m_{\text{tot}} = -2.5 \cdot \log(10^{-0.4 \cdot m_1} + 10^{-0.4 \cdot m_2})$$

$$\frac{m_{\text{tot}}}{-2.5} = \log(10^{-0.4 \cdot m_2 + 0.4 \cdot 0.75} + 10^{-0.4 \cdot m_2}) = \log(10^{-0.4 \cdot m_2} \cdot 10^{0.4 \cdot 0.75} + 10^{-0.4 \cdot m_2}) = \log(10^{-0.4 \cdot m_2} \cdot (10^{0.3} + 1)) =$$

$$= \log(10^{-0.4 \cdot m_2} \cdot 3) = \log(10^{-0.4 \cdot m_2}) + \log(3) \simeq \log(10^{-0.4 \cdot m_2}) + 0.48$$

da cui

$$\log(10^{-0.4 \cdot m_2}) = \frac{m_{\text{tot}}}{-2.5} - 0.48 = \frac{2.15}{-2.5} - 0.48 = -0.86 - 0.48 = -1.34$$

$$-0.4 \cdot m_2 = -1.34 \quad \rightarrow \quad m_2 = 3.35.$$

Inserendo questo valore nella prima equazione otteniamo

$$m_1 = m_2 - 0.75 = 3.35 - 0.75 = 2.60.$$