CAMPIONATI ITALIANI DI ASTRONOMIA 2023

Gara interregionale – 15 febbraio

Categoria Senior

1. La grande congiunzione Giove-Saturno

Il 21 dicembre 2020 si è verificata una spettacolare congiunzione tra i pianeti Giove e Saturno. Le coordinate di Giove al momento dell'evento erano: α = 20h 11m; δ = -20° 31'. Rispondete alle seguenti domande, giustificando le risposte:

1. la congiunzione era visibile all'alba o al tramonto?
2. i due pianeti si trovavano nella costellazione dei Pesci o in quella del Capricorno?

Soluzione.

1. La congiunzione si è verificata al solstizio d'inverno. Il Sole ha ascensione retta pari a 0h all'equinozio di primavera, 6h al solstizio d'estate, 12h all'equinozio d'autunno e 18h al solstizio d'inverno. Quindi poiché l'ascensione retta aumenta in senso antiorario, ovvero da ovest a est, il 21 dicembre 2020 Giove si trovava circa 2h 11m a est del Sole. Quindi la congiunzione è stata visibile al tramonto.
2. Sappiamo che attualmente il punto di ariete si trova, a causa della precessione degli equinozi, nella costellazione dei pesci, le cui stelle hanno quindi una declinazione prossima a 0°. Poiché al momento della congiunzione la declinazione di Giove era di $-20°\,31'$, non poteva che trovarsi nella costellazione del Capricorno.

2. Impatti cosmici

Quando un piccolo oggetto celeste entra nell'atmosfera di un pianeta, tutta la sua energia cinetica viene convertita in energia termomeccanica, che frammenta il corpo, e in radiazione luminosa. Calcolate l'energia, in joule, rilasciata nell'atmosfera di Giove dal frammento K della cometa Shoemaker-Levy 9, caduta su Giove nel luglio 1994. Il frammento K era sferico e aveva diametro di $3.2 \cdot 10^3$ m, velocità rispetto a Giove di $6.0 \cdot 10^4$ m/s e densità di $3.00 \cdot 10^2$ kg/m^3.

Soluzione.

Dette **v** la sua velocità e **m** la sua massa, l'energia cinetica **E** di un corpo vale:

$$E = \frac{1}{2}\,\mathrm{m\,v^2}$$

Detti **d** il diametro del frammento K, che sappiamo essere sferico, e **ρ** la sua densità, la sua massa, data dal prodotto del volume per la densità, era di:

$$m = \frac{4}{3}\,\pi\left(\frac{\mathrm{d}}{2}\right)^3 \cdot \rho \simeq \frac{1}{6}\,\pi\,(3.2 \cdot 10^3\ \mathrm{m})^3 \cdot 3.00 \cdot 10^2\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \simeq 5.1 \cdot 10^{12}\ \mathrm{kg}$$

Ne segue che, essendo la velocità di impatto pari a $60 \cdot 10^3\ m/s$ l'energia rilasciata nell'impatto è di:

$$E = \frac{1}{2} \cdot 5.1 \cdot 10^{12}\ \mathrm{kg} \cdot \left(6.0 \cdot 10^4\ \frac{m}{s}\right)^2 \simeq 9.2 \cdot 10^{21}\,\frac{kg\,m^2}{s^2} = 9.2 \cdot 10^{21}\,J$$

3. Ma che occhi grandi che hai

A differenza degli esseri umani, i cui occhi sono sensibili alla cosiddetta "luce visibile", gli abitanti del pianeta Titanic hanno occhi sensibili nella banda radio alla frequenza di 3.2 GHz. Si vantano, tuttavia, di possedere lo stesso potere risolutivo dell'occhio dei terrestri che vale, in media, 2'. Sapendo che la relazione che lega lunghezza d'onda e frequenza è: λ = c/ν, quanto dovrebbe essere grande la pupilla degli abitanti del pianeta Titanic se raccontassero la verità?

Soluzione.

La relazione che lega frequenza **ν** e lunghezza d'onda **λ** di una radiazione elettromagnetica è:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Quindi gli occhi degli abitanti del pianeta Titanic sono sensibili alla radiazione di lunghezza d'onda

$$\lambda = \frac{299792 \ \frac{km}{s}}{3.2 \ \cdot \ 10^9 \ s^{-1}} \simeq 9.4 \ cm$$

Espresso in secondi d'arco il potere risolutivo $\boldsymbol{\alpha}$ di uno strumento di diametro **D** è dato dalla relazione:

$$\alpha = 1.22 \ \frac{\lambda}{D} \cdot 206265''$$

Quindi affinché l'occhio degli abitanti del pianeta Titanic abbia lo stesso potere risolutivo dell'occhio umano dovrebbe avere un diametro pari a:

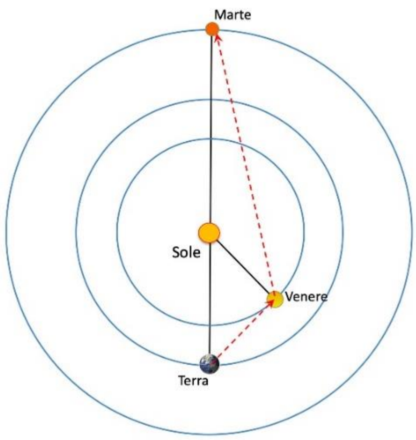
$$D = 1.22 \ \frac{\lambda}{\alpha} \cdot 206265 \ \simeq 1.22 \ \frac{9.4 \ cm}{120''} \ 206265'' \ \simeq \ 200 \ m$$

4. Triangolazione planetaria

Un segnale radio deve essere immediatamente inviato al rover Perseverance su Marte, che purtroppo è in congiunzione con il Sole e non può essere raggiunto direttamente. Si decide di inviare il segnale verso il ripetitore VRR (Venus Radio Repeater) posto sulla superficie di Venere, che si trova alla massima elongazione. Il VRR, ricevuto il segnale, lo ritrasmette istantaneamente verso Marte. Quanto tempo impiega il segnale per essere trasmesso dalla Terra a Marte? Assumete tutte le orbite circolari e sullo stesso piano e trascurate lo spostamento dei pianeti durante la trasmissione del segnale.

Soluzione.

Se Venere è alla massima elongazione l'angolo Sole-Venere-Terra è retto. Indichiamo con $\mathbf{D_{\odot T}}$ la distanza Sole-Terra, con $\mathbf{D_{\odot V}}$ la distanza Sole-Venere, con $\mathbf{D_{\odot M}}$ la distanza Sole-Marte, con $\mathbf{D_{TV}}$ la distanza Terra-Venere e con $\mathbf{D_{VM}}$ la distanza Venere-Marte. Nell'ipotesi di orbite circolari:



$$\mathrm{D_{TV}} \ = \ \sqrt{\mathrm{D_{\odot T}}^2 - \ \mathrm{D_{\odot V}}^2} \simeq$$

$$\sqrt{(149.6 \ \cdot \ 10^6 \ km)^2 - \ (108.2 \ \cdot \ 10^6 \ km)^2} \ \simeq \ 103.3 \ \cdot \ 10^6 \ km$$

L'angolo $\widehat{\mathbf{TSV}}$ Terra-Sole-Venere vale:

$$\widehat{TSV} = \arccos \frac{\mathbf{D_{\odot V}}}{\mathbf{D_{\odot T}}} \simeq \frac{108.2 \ \cdot \ 10^6 \ km}{149.6 \ \cdot \ 10^6 \ km} \simeq 43°.68$$

Quindi l'angolo $\widehat{\mathbf{MSV}}$ Marte-Sole-Venere vale:

$$\widehat{\mathrm{MSV}} = \ 180° - \ \widehat{TSV} \simeq 136°.32$$

Ricaviamo la distanza Venere-Marte applicando il teorema di Carnot:

$$\mathrm{D_{VM}} = \sqrt{\mathrm{D_{\odot M}}^2 + \mathrm{D_{\odot V}}^2 - 2 \ \mathrm{D_{\odot M}} \ \cdot \mathrm{D_{\odot V}} \cos \widehat{MSV}} \simeq$$

$$\simeq \ \sqrt{(227.9 \ \cdot \ 10^6 \ km)^2 + (108.2 \ \cdot \ 10^6 \ km)^2 - 2 \ \cdot 227.9 \ \cdot \ 10^6 \ km \ \cdot 108.2 \ \cdot \ 10^6 \ km \ \cdot \ \cos 136°.32}$$

$$\simeq 315.1 \ \cdot \ 10^6 \ km$$

il percorso totale del segnale $\mathbf{D_{TOT}}$ è quindi:

$$D_{TOT} = \mathrm{D_{TV}} \ + \mathrm{D_{VM}} \simeq \ 418.4 \cdot 10^6 km$$

che viene percorso in un tempo **T** pari a:

$$T = \frac{D_{TOT}}{c} \simeq \frac{418.4 \cdot 10^6 km}{299792 \cdot \frac{km}{s}} \simeq 1396 \ s \simeq 23 \ m \ 16 \ s$$

5. Stella doppia, doppia magnitudine

Alpha Centauri (α Cen) è un sistema binario composto da due stelle di luminosità rispettivamente di 1.5 e 0.5 volte quella del Sole. Il sistema dista da noi 4.344 anni luce, mentre le due stelle distano tra loro 20.0 UA. Osservate α Cen a occhio nudo e con il telescopio spaziale Hubble, alla lunghezza d'onda di 5500 Å. Il potere risolutivo dell'occhio umano è in media 2', mentre lo specchio del telescopio spaziale Hubble ha un diametro di 2.4 m. Assumete il piano orbitale delle componenti di α Cen perpendicolare alla direzione di osservazione.

1. In entrambi i casi distinguete le due componenti del sistema binario?
2. Calcolate la magnitudine apparente di α Cen osservata a occhio nudo, trascurando l'assorbimento dell'atmosfera terrestre, e con il telescopio spaziale Hubble.

Soluzione.

1. Dette **D** la distanza di α Cen dalla Terra e **d** la distanza tra le due componenti, poiché il piano orbitale è perpendicolare alla direzione di osservazione, la distanza angolare $\boldsymbol{\theta_\alpha}$ tra le due stelle è:

$$\theta_\alpha = \arctan\frac{d}{D} \simeq \arctan\frac{20.0\ UA}{4.344\ anni\ luce} \simeq \arctan\frac{29.9\ \cdot\ 10^{8}\ km}{4.110\ \cdot\ 10^{13}\ km} \simeq 4°.17\ \cdot\ 10^{-3} \simeq 15.0''$$

Detti **d** il diametro dello specchio e $\boldsymbol{\lambda}$ la lunghezza d'onda di osservazione, la risoluzione $\boldsymbol{\theta_H}$ del telescopio spaziale Hubble in secondi d'arco vale:

$$\theta_H = 1.22\ \frac{\lambda}{d} \cdot 206265'' \simeq 1.22\ \frac{5500\ \cdot\ 10^{-10}\ m}{2.4\ m} \simeq 0.058''$$

Pertanto α Cen appare come una singola sorgente a occhio nudo, mentre il telescopio spaziale Hubble è in grado di risolvere le due componenti.

2. Indichiamo con $\mathbf{F_\odot}$, $\mathbf{L_\odot}$, $\mathbf{m_\odot}$ e $\mathbf{d_\odot}$, rispettivamente, il flusso che la Terra riceve dal Sole, la luminosità del Sole, la magnitudine apparente del Sole e la distanza del Sole dalla Terra. Allo stesso modo indichiamo con $\mathbf{F_\alpha}$, $\mathbf{L_\alpha}$, $\mathbf{m_\alpha}$ e $\mathbf{d_\alpha}$, rispettivamente, il flusso che la Terra riceve dalle due componenti di α Cen, la luminosità totale delle due componenti, la magnitudine apparente delle due componenti non risolte e la distanza di α Cen dalla Terra.

Poiché sappiamo che:

$$L_\alpha = 1.5\ L_\odot + 0.5\ L_\odot = 2.0\ L_\odot$$

La differenza tra la magnitudine apparente delle due componenti non risolte e la magnitudine del Sole vale:

$$m_\alpha - m_\odot = -2.5\log\frac{F_\alpha}{F_\odot} = -2.5\log\left(\frac{L_\alpha}{4\pi\, {d_\alpha}^2}\ \frac{4\pi\, {d_\odot}^2}{L_\odot}\right) = -2.5\log\left(\frac{2\ {d_\odot}^2}{{d_\alpha}^2}\right)$$

e quindi:

$$m_\alpha = m_\odot - 2.5\ log\left(\frac{2\ {d_\odot}^2}{{d_\alpha}^2}\right) \simeq -26.74 - 2.5\ log\left(\frac{4.476\ \cdot\ 10^{16}\ km^2}{1.689\ \cdot\ 10^{27}\ km^2}\right) \simeq -0.30$$

Il telescopio Hubble è invece in grado di distinguere le due stelle, dette quindi $m_{\alpha-1}$ e $m_{\alpha-2}$ le magnitudini apparenti delle due componenti si ha:

$$m_{\alpha-1} = m_\odot - 2.5\ log\left(\frac{1.5\ {d_\odot}^2}{{d_\alpha}^2}\right) \simeq -26.74 - 2.5\ log\left(\frac{3.357\ \cdot\ 10^{16}\ km^2}{1.689\ \cdot\ 10^{27}\ km^2}\right) \simeq 0.01$$

$$m_{\alpha-2} = m_\odot - 2.5\ log\left(\frac{0.5\ {d_\odot}^2}{{d_\alpha}^2}\right) \simeq -26.74 - 2.5\ log\left(\frac{1.119\ \cdot\ 10^{16}\ km^2}{1.689\ \cdot\ 10^{27}\ km^2}\right) \simeq 1.21$$