

Campionati Italiani di Astronomia
Corso di preparazione alla Finale Nazionale
Categoria Junior 2 - Lezione 2



1. Due stelle di luminosità costante, A e B, della Galassia si trovano a una distanza di 107 anni luce una dall'altra. Osservata da A la stella B ha magnitudine apparente 5.45. A causa del loro moto intorno al centro galattico le due stelle si allontanano di 68.7 UA all'anno. Calcolate la magnitudine apparente che la stella B, vista da A, avrà tra 1500 anni. Si trascurino gli effetti dovuti alla presenza di nubi di materia tra le due stelle.

Soluzione

La distanza attuale in parsec tra le due stelle d_{AB} vale:

$$d_{AB} = \frac{107 \text{ anni luce}}{3.2616 \frac{\text{anni luce}}{\text{parsec}}} \approx 32.8 \text{ parsec}$$

Detta m_B la magnitudine apparente di B vista da A, la magnitudine assoluta M_B di B vale:

$$M_B = m_B + 5 - 5 \log d_{AB} \approx 5.45 + 5 - 5 \log 32.8 \approx 2.87$$

Tra 1500 anni la distanza delle due stelle sarà aumentata di Δd_{AB} pari a:

$$\Delta d_{AB} = 1500 \text{ anni} \cdot 68.7 \frac{\text{UA}}{\text{anno}} \approx 103 \cdot 10^3 \text{ UA} \approx 0.500 \text{ pc}$$

La nuova distanza d_{AB-N} tra A e B sarà quindi:

$$d_{AB-N} = d_{AB} + \Delta d_{AB} \approx 33.3 \text{ pc}$$

E la magnitudine apparente m_{B-N} di B vista da A sarà:

$$m_{B-N} = M_B - 5 + 5 \log d_{AB-N} \approx 2.87 - 5 + 5 \log 33.3 \approx 5.48$$

2. La magnitudine apparente della Luna al primo quarto è -12.00 . Quanto vale, a parità di condizioni osservative, la magnitudine apparente della Luna piena?

Soluzione

Indichiamo con m_P e m_Q le magnitudini apparenti della Luna piena e al primo quarto e con F_P e F_Q i corrispondenti flussi, vale la relazione:

$$m_P - m_Q = -2.5 \log \frac{F_P}{F_Q}$$

Il flusso riflesso dalla Luna dipende unicamente dalla superficie visibile e quindi:

$$F_P = 2 F_Q$$

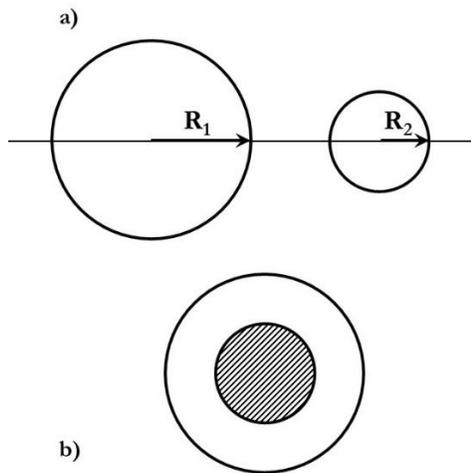
da cui ricaviamo:

$$m_P - m_Q = -2.5 \log 2 = -0.75$$

$$m_P = m_Q - 0.75 = -12.75$$

3. Un sistema binario a eclisse è formato da due stelle con la stessa temperatura della fotosfera. Il raggio della prima stella è pari a quello del Sole, il raggio della seconda stella è pari a metà di quello del Sole. Il piano orbitale del sistema è parallelo alla direzione di osservazione dalla Terra. Di quanto varia, al massimo, la magnitudine della binaria a eclisse quando la seconda stella transita davanti alla prima?

Soluzione



Detta T la temperatura della fotosfera delle due stelle e R_1 e R_2 i rispettivi raggi (con $R_1 = 2 R_2$), le luminosità L_1 e L_2 valgono:

$$L_1 = 4 \pi R_1^2 \sigma T^4 \quad L_2 = 4 \pi R_2^2 \sigma T^4$$

La luminosità L_{TOT} del sistema fuori eclisse (configurazione **a** nella figura a sinistra) è massima e vale:

$$L_{TOT} = L_1 + L_2 = 4 \pi (R_1^2 + R_2^2) \sigma T^4$$

Per tutto il tempo dell'eclisse totale, in cui la seconda stella transitando risulta prospetticamente interamente "all'interno" della prima (configurazione **b** nella figura a sinistra), si avrà il minimo di luminosità del sistema $L_{Eclisse}$ che vale:

$$L_{Eclisse} = 4 \pi R_1^2 \sigma T^4$$

Dette m_{TOT} la magnitudine del sistema nella configurazione **a** e $m_{Eclisse}$ la magnitudine del sistema nella configurazione **b**, e ricordando che $R_1 = 2 R_2$, la variazione di magnitudine Δm durante l'eclisse totale è data da:

$$\Delta m = m_{Eclisse} - m_{TOT} = -2.5 \log \frac{L_{Eclisse}}{L_{TOT}} = -2.5 \log \frac{R_1^2}{R_1^2 + R_2^2} = -2.5 \log \frac{4}{5} \simeq 0.24$$

Nota: poiché la temperatura della fotosfera delle due stelle è uguale, la stessa variazione di magnitudine si osserverà quando la seconda stella transita dietro la prima.

4. La magnitudine assoluta di una stella nella galassia di Andromeda, la cui distanza è di $2.25 \cdot 10^6$ anni luce, è -5.00 . Calcolate la magnitudine apparente della stella e il modulo di distanza della galassia. Se questa stella esplodesse come supernova diventando 10^5 volte più luminosa, quali sarebbero la sua magnitudine apparente e quella assoluta?

Soluzione

In parsec la distanza D della galassia di Andromeda vale:

$$D = \frac{2.25 \cdot 10^6 \text{ anni luce}}{3.2616 \text{ anni luce/parsec}} \simeq 690 \cdot 10^3 \text{ parsec}$$

Dalla relazione che lega magnitudine assoluta M e apparente m della stella ricaviamo:

$$m = M - 5 + 5 \log D \simeq -5.00 - 5 + 5 \log (690 \cdot 10^3) \simeq 19.2$$

Si definisce modulo di distanza di un oggetto la differenza tra la magnitudine apparente e quella assoluta. Ovviamente il modulo di distanza della galassia $m - M$ coincide con ottima approssimazione con quello della stella:

$$m - M = 19.2 + 5.00 = 24.2$$

Le differenze tra la magnitudine assoluta M_S e apparente m_S della supernova e della stella si ricavano dalla relazione:

$$M_S - M = m_S - m = -2.5 \log \left(\frac{F_{supernova}}{F_{stella}} \right) = -2.5 \log (10^5) = -12.5$$

e quindi:

$$M_S = M - 12.5 = -17.5 \quad m_S = m - 12.5 = 6.7$$

5. L'ammasso globulare M3 ha un diametro di 180 anni luce e, visto dalla Terra, un diametro apparente di $18'.3$. Calcolate la magnitudine apparente di una stella di tipo solare dell'ammasso. Poiché l'età di M3 è di circa $11.4 \cdot 10^9$ anni, pensate di poter osservare una stella di tipo solare nell'ammasso?

Soluzione

Noti il diametro vero dell'ammasso d e il suo diametro apparente α , la sua distanza D è data dalla relazione:

$$D = \frac{d}{\tan \alpha} = \frac{180 \text{ anni luce}}{\tan 0^\circ.305} \approx 33.8 \cdot 10^3 \text{ anni luce} \approx 10.4 \cdot 10^3 \text{ pc}$$

Poiché la stella è uguale al Sole, dette m e M le sue magnitudini apparente e assoluta si ha:

$$m = M - 5 + 5 \log D = 4.83 - 5 + 5 \log (10.4 \cdot 10^3) \approx 19.9$$

Tuttavia l'ammasso non può contenere una stella G2 V, che ha un tempo di permanenza sulla Sequenza Principale dell'ordine di $10 \cdot 10^9$ anni. Ciò a meno che il processo di formazione stellare non sia continuato fino a oltre 1.4 miliardi di anni dopo l'aggregazione dell'ammasso.

6. Una stella dista dal Sole 326.2 anni luce, ha magnitudine apparente 3.25 e temperatura della fotosfera di 3500 K. Calcolate:
1. la magnitudine assoluta della stella;
 2. la sua luminosità in unità di luminosità solari;
 3. il suo raggio in unità di raggi solari e in km, fornendo infine una stima del suo tipo spettrale.

Soluzione

1. Detta d la distanza in anni luce, la distanza D della stella in parsec vale:

$$D \approx \frac{d}{3.2616 \frac{\text{anni luce}}{\text{parsec}}} \approx \frac{326.2 \text{ anni luce}}{3.2616 \frac{\text{anni luce}}{\text{parsec}}} \approx 100.0 \text{ pc}$$

Detta m_s la magnitudine apparente, la magnitudine assoluta M_s della stella vale:

$$M_s = m_s + 5 - 5 \log D \approx 3.25 + 5 - 5 \log 100.0 \approx -1.75$$

2. Dette L_s la luminosità della stella e L_\odot e M_\odot la luminosità e la magnitudine assoluta del Sole vale la relazione:

$$M_\odot - M_s = -2.5 \log \left(\frac{L_\odot}{L_s} \right)$$

da cui ricaviamo:

$$\log \left(\frac{L_\odot}{L_s} \right) \approx \frac{M_\odot - M_s}{-2.5} \approx \frac{4.83 + 1.75}{-2.5} \approx -2.63$$
$$\frac{L_\odot}{L_s} \approx 10^{-2.63} \quad L_s \approx \frac{L_\odot}{10^{-2.63}} \approx 427 L_\odot$$

3. Detti R_s e T_s e R_\odot e T_\odot i raggi e le temperature della stella e del Sole, dalla legge di Stefan-Boltzmann si ha:

$$4 \pi R_s^2 \sigma T_s^4 = 427 \cdot 4 \pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4$$

e quindi:

$$R_s = R_\odot \sqrt[4]{427 \left(\frac{T_\odot}{T_s} \right)^4} \approx R_\odot \sqrt[4]{427 \left(\frac{5778}{3500} \right)^4} \approx 56.3 R_\odot \approx 39.2 \cdot 10^6 \text{ km}$$

La stella è una "gigante rossa" di tipo spettrale K avanzato; il suo raggio è circa 0.68 volte il semiasse maggiore dell'orbita di Mercurio.

7. La galassia M32, un satellite della galassia di Andromeda, è formata da circa $250 \cdot 10^6$ stelle e ha magnitudine integrata pari a 9.0. Nell'ipotesi che le stelle di M32 siano tutte uguali, calcolate il valore della loro magnitudine apparente.

Soluzione

Detto F_S il flusso emesso da una stella della galassia e N il numero di stelle, la differenza tra la magnitudine apparente integrata della galassia m_{TOT} e quella m di una stella vale:

$$m_{TOT} - m = -2.5 \log \frac{F_{TOT}}{F_S} = -2.5 \log \frac{N \cdot F_S}{F_S}$$

e quindi:

$$m = m_{TOT} + 2.5 \log \frac{N \cdot F_S}{F_S} = 9.0 + 2.5 \log (250 \cdot 10^6) \approx 30$$

8. Calcolare la luminosità del Sole (energia totale emessa al secondo), la quantità di energia solare che arriva su un'area unitaria alla distanza della Terra ogni secondo (costante solare), la quantità totale di energia solare che arriva su tutta la Terra ogni secondo e la quantità di energia riflessa al secondo dall'atmosfera terrestre.

Soluzione

Poiché il Sole può essere approssimato a un corpo nero, detti R_{\odot} il suo raggio e T_{\odot} la temperatura della fotosfera, la sua luminosità L_{\odot} vale:

$$L_{\odot} = 4 \pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\odot}^4 \approx 4 \pi \cdot 4.837 \cdot 10^{17} \text{ m}^2 \cdot 5.670 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^4} \cdot 1.115 \cdot 10^{15} \text{ K}^4$$

$$L_{\odot} \approx 3.841 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

Alla distanza a della Terra, questa energia è distribuita su un'area totale A pari a:

$$A = 4 \pi a^2 \approx 2.812 \cdot 10^{23} \text{ m}^2$$

Quindi la quantità di energia K che arriva ogni secondo sull'unità di superficie (costante solare) è:

$$K = \frac{L_{\odot}}{A} \approx \frac{3.841 \cdot 10^{26} \text{ W}}{2.812 \cdot 10^{23} \text{ m}^2} \approx 1366 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

L'energia totale che arriva sulla Terra ogni secondo E_T è pari alla costante solare per l'area proiettata A_T della Terra e, detto R_T il raggio della Terra, vale:

$$E_T = K \cdot A_T = K \cdot \pi R_T^2 \approx 1366 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 1.278 \cdot 10^{14} \text{ m}^2 \approx 1.746 \cdot 10^{17} \text{ W}$$

Detta a_T l'albedo dell'atmosfera terrestre, la quantità E_R di energia riflessa ogni secondo è data da:

$$E_R = E_T \cdot a_T \approx 1.746 \cdot 10^{17} \text{ W} \cdot 0.434 \approx 7.567 \cdot 10^{16} \text{ W}$$

9. Una nebulosa planetaria si espande in modo isotropo (cioè alla stessa velocità in tutte le direzioni) con una velocità costante pari a 17.0 km/s. Dal febbraio 1972 al febbraio 2017 le dimensioni angolari α del suo raggio sono aumentate da $\alpha_{1972} = 34''.0$ a $\alpha_{2017} = 40''.0$. Calcolate la distanza, in anni luce e in parsec, della nebulosa e il suo diametro lineare nel febbraio 2017 in km e in UA.

Soluzione

Il tempo t tra la prima e la seconda osservazione vale:

$$t = 45 \text{ anni} \approx 45 \cdot 365.256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \approx 1.42 \cdot 10^9 \text{ s}$$

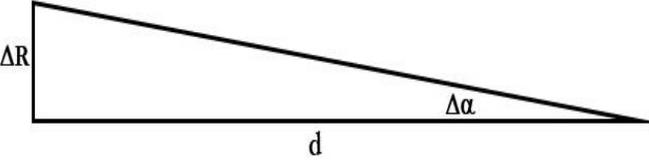
Poiché l'espansione è isotropa e con velocità v costante, l'aumento ΔR del raggio della nebulosa planetaria è stato di:

$$\Delta R = v \cdot t \approx 17.0 \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot 1.42 \cdot 10^9 \text{ s} \approx 2.41 \cdot 10^{10} \text{ km}$$

Nello stesso tempo l'aumento di dimensioni angolari $\Delta \alpha$ è stato di:

$$\Delta \alpha = \alpha_{2017} - \alpha_{1972} \approx 40''.0 - 34''.0 \approx 6''.0 \approx 1^\circ.7 \cdot 10^{-3}$$

La distanza d per cui a una variazione lineare ΔR corrisponde una variazione angolare $\Delta\alpha$ è:



$$d = \frac{\Delta R}{\tan \Delta\alpha} \approx \frac{2.41 \cdot 10^{10} \text{ km}}{\tan 1^\circ.7 \cdot 10^{-3}}$$

$$d \approx 8.0 \cdot 10^{14} \text{ km} \approx 85 \text{ a. l.} \approx 26 \text{ parsec}$$

Poiché le dimensioni angolari del raggio della nebulosa nel 2017 valevano:

$$\alpha_{2017} = 40''.0 \approx 1^\circ.11 \cdot 10^{-2}$$

nota la distanza della nebulosa ne ricaviamo il diametro D nel 2017 dalla relazione:

$$D_{2017} = 2 \cdot d \cdot \tan \alpha \approx 2 \cdot 8.0 \cdot 10^{14} \text{ km} \cdot \tan 1^\circ.11 \cdot 10^{-2} \approx 3.1 \cdot 10^{11} \text{ km} \approx 2.1 \cdot 10^3 \text{ UA}$$

10. La Luna si allontana dalla Terra a una velocità di circa 3.8 cm/anno. Tra quanto tempo non sarà più possibile osservare dalla Terra eclissi totali di Sole?

Soluzione

Le eclissi totali di Sole non avranno più luogo quando da un qualsiasi punto sulla superficie della Terra il diametro apparente della Luna al perigeo sarà minore del diametro apparente del Sole all'afelio $D_{\odot A}$. Detta d_{TA} la distanza della Terra all'afelio e R_{\odot} il raggio del Sole, il diametro angolare del Sole all'afelio vale:

$$D_{\odot A} = 2 \cdot \sin^{-1} \left(\frac{R_{\odot}}{d_{TA}} \right) \approx 2 \cdot \sin^{-1} \left(\frac{6.955 \cdot 10^5 \text{ km}}{152.1 \cdot 10^6 \text{ km}} \right) \approx 0^\circ.5240 \approx 31'.44$$

Detto R_L il raggio della Luna, la distanza di fine eclissi d_{FE} è quella dalla quale il disco lunare sottende un angolo pari a $D_{\odot A}$ ed è data da:

$$d_{FE} = \frac{2 R_{Luna}}{\sin D_{\odot A}} \approx \frac{3476 \text{ km}}{\sin 0^\circ.5240} \approx 380.1 \cdot 10^3 \text{ km}$$

Detti a_L ed e_L il semiasse maggiore e l'eccentricità dell'orbita lunare, la distanza attuale del centro della Luna al perigeo d_{LP} dal centro della Terra vale:

$$d_{LP} = a_L (1 - e_L) \approx 363.3 \cdot 10^3 \text{ km}$$

Detto R_T il raggio della Terra, la distanza minima di un punto sulla superficie della Terra dal centro della Luna d_{TP} si ha quando la Luna è al perigeo ed è vista allo zenith (circo stanza che può verificarsi solo per la fascia di latitudini tra circa $+28^\circ$ e -28°) e attualmente vale:

$$d_{TP} = d_{LP} - R_T \approx 356.9 \cdot 10^3 \text{ km}$$

Quindi il tempo T necessario affinché la distanza della Luna al perigeo diventi uguale a d_{FE} è dato da:

$$T = \frac{d_{FE} - d_{TP}}{V_a} \approx \frac{380.1 \cdot 10^8 \text{ cm} - 356.9 \cdot 10^8 \text{ cm}}{3.8 \frac{\text{cm}}{\text{anno}}} \approx 6.1 \cdot 10^8 \text{ anni}$$

Nota.

Nella soluzione si assume che la velocità di allontanamento, le eccentricità dell'orbita lunare e dell'orbita della Terra e il raggio del Sole rimangano costanti. Anche considerando le loro variazioni, si stima comunque un tempo di fine eclissi simile a quello calcolato.

11. La stella ϵ Eri si trova a 10.5 anni luce dal Sole e intorno a essa ruota un pianeta, ϵ Eri b, che percorre un'orbita circolare il cui raggio vale 3.39 UA e il cui piano risulta perpendicolare alla direzione di osservazione. Calcolate la parallasse annua di ϵ Eri osservata dalla Terra, la parallasse annua del Sole osservato da ϵ Eri b e a quanto corrisponde un pc misurato da ϵ Eri b.

Soluzione

La parallasse annua, in secondi d'arco, è pari all'inverso della distanza in parsec. Dalla Terra 1 parsec è pari a circa 3.2616 anni luce. Quindi, detta d la distanza dal Sole in anni luce, ϵ Eri si trova a una distanza $D_{\epsilon\text{-Eri}}$ in parsec:

$$D_{\epsilon\text{-Eri}} = \frac{d}{3.2616} \approx \frac{10.5 \text{ anni luce}}{3.2616 \text{ anni} \frac{\text{luce}}{\text{parsec}}} \approx 3.22 \text{ parsec} \approx 664 \cdot 10^3 \text{ UA}$$

e quindi la sua parallasse $\pi_{\epsilon\text{-Eri}}$ vale:

$$\pi_{\epsilon\text{-Eri}} = \frac{1}{3.22 \text{ parsec}} \approx 0''.311$$

Per calcolare la parallasse del Sole visto da ϵ Eri b, dobbiamo considerare che il suo valore dipende dalle dimensioni della "base", ovvero dal semiasse maggiore dell'orbita. Tanto maggiore è la base, tanto maggiore, a parità di distanza di una stella, sarà la sua parallasse. Detto π_{\odot} l'angolo di parallasse del Sole visto da ϵ Eri b e $a_{\epsilon\text{-Eri b}}$ il raggio dell'orbita di ϵ Eri b avremo:

$$\pi_{\odot} = \tan^{-1} \left(\frac{a_{\epsilon\text{-Eri b}}}{D_{\epsilon\text{-Eri}}} \right) \approx \tan^{-1} \left(\frac{3.39 \text{ UA}}{664 \cdot 10^3 \text{ UA}} \right) \approx 2^{\circ}.93 \cdot 10^{-4} \approx 1''.05$$

Si noti che questo valore corrisponde a 3.39 volte la parallasse misurata dalla Terra per ϵ Eri, ovvero al rapporto tra il semiasse maggiore dell'orbita di ϵ Eri b e quello della Terra. La conversione tra parsec definiti con osservazioni dalla Terra e da ϵ Eri b segue la stessa correzione, quindi:

$$1 \text{ parsec di } \epsilon \text{ Eri b} \approx 3.39 \text{ parsec terrestri}$$

12. Osservate Marte in "Grande Opposizione" con un telescopio riflettore f/8 con apertura 40.0 cm. Quanto valgono il diametro angolare apparente di Marte e le sue dimensioni lineari sul piano focale del telescopio?

Soluzione.

La caratteristica f/n di un telescopio indica che la focale F del telescopio è n volte maggiore dell'apertura D , quindi per il telescopio utilizzato sarà:

$$F = D \cdot n = 40.0 \text{ cm} \cdot 8 = 320 \text{ cm} = 3.20 \text{ m}$$

Una "Grande Opposizione" è un'opposizione in cui la Terra si trova in prossimità dell'afelio e contemporaneamente Marte si trova in prossimità del perielio. Dette D_{TA} e D_{MP} le distanze dal Sole della Terra all'afelio e di Marte al perielio e a_T , e_T , a_M ed e_M i semiasse maggiori e le eccentricità delle orbite della Terra e di Marte, per la distanza $D_{TM\text{-GO}}$ Terra-Marte in una Grande Opposizione otteniamo:

$$D_{TM\text{-GO}} = D_{MP} - D_{TA} = a_M (1 - e_M) - a_T (1 + e_T)$$

$$D_{TM\text{-GO}} \approx 227.9 \cdot 10^6 \text{ km} \cdot (1 - 0.09337) - 149.6 \cdot 10^6 \text{ km} \cdot (1 + 0.01673) \approx 5.452 \cdot 10^7 \text{ km}$$

A questa distanza, detto R_M il suo raggio, il diametro apparente di Marte α sarà dato dalla relazione:

$$\alpha = 2 \cdot \sin^{-1} \left(\frac{R_{\text{Marte}}}{D_{TM\text{-GO}}} \right) \approx 2 \cdot \sin^{-1} \left(\frac{3397 \text{ km}}{5.452 \cdot 10^7} \right) \approx 7^{\circ}.140 \cdot 10^{-3} \approx 25''.70$$

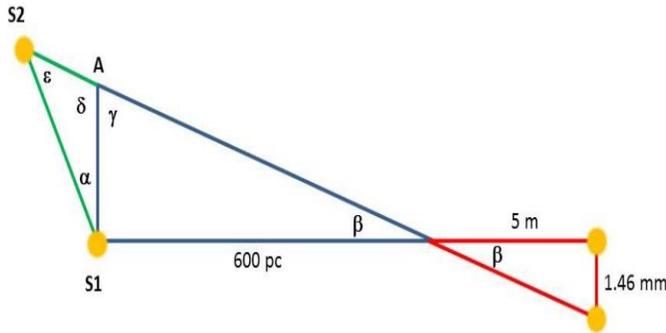
Le sue dimensioni lineari d sul piano focale del telescopio saranno:

$$d = F \cdot \tan \alpha \approx 320 \text{ cm} \cdot \tan (7^{\circ}.140 \cdot 10^{-3}) \approx 0.40 \text{ mm}$$

Nota: la circostanza descritta nella soluzione richiede l'allineamento tra le linee degli apsid dei due pianeti. Attualmente le linee degli apsid di Marte e della Terra formano un angolo di circa 24° e quindi non si può avere una opposizione di Marte con la Terra all'afelio e Marte contemporaneamente al perielio. Tuttavia, poiché le linee degli apsid precedono con periodi diversi, la situazione descritta nel problema potrà verificarsi in futuro.

13. Sul piano focale di un telescopio con focale di 500 cm, le due componenti di una binaria visuale distano tra di loro 1.46 mm. Sappiamo che una delle due stelle dista dal Sole 600 pc e che il piano orbitale della binaria forma un angolo di 30° (con la seconda stella a distanza maggiore della prima) con la perpendicolare alla direzione di osservazione. Calcolare la distanza tra le due stelle della binaria.

Soluzione



La configurazione descritta nel problema è rappresentata nella figura (non in scala) qui a sinistra, dove le due stelle sono indicate con **S1** e **S2**. Detta **F** la focale del telescopio e **d** la distanza delle due stelle sul piano focale, la distanza angolare β osservata è data dalla relazione:

$$\beta = \arctg \frac{d}{F} \approx \arctg \frac{1.46 \text{ mm}}{5000 \text{ mm}} \approx 1^\circ.67 \cdot 10^{-2} \approx 60''.2$$

Detta **D** la distanza della stella S1, la distanza S1-A vale:

$$S1 - A = D \cdot \tan \beta \approx 600 \text{ pc} \cdot \tan(1^\circ.67 \cdot 10^{-2}) \approx 600 \text{ pc} \cdot 2.92 \cdot 10^{-4} \approx 0.175 \text{ pc} \approx 5.41 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

Per ricavare la distanza S1-S2, il triangolo S1-S2-A si può risolvere con il teorema dei seni, ma essendo:

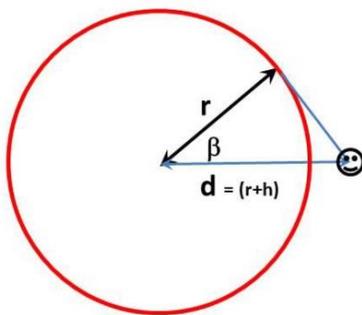
$$\delta = 180^\circ - \gamma = 180^\circ - 180^\circ + 90^\circ + \beta \approx 90^\circ 1'$$

possiamo approssimarlo a un triangolo rettangolo (il disegno non è in scala) per cui:

$$S1 - S2 = \frac{S1 - A}{\cos \alpha} \approx \frac{5.41 \cdot 10^{12} \text{ km}}{\cos 30^\circ} \approx 6.25 \cdot 10^{12} \text{ km} \approx 4.17 \cdot 10^4 \text{ UA}$$

14. La Stazione Spaziale Internazionale orbita a un'altezza sulla superficie della Terra di 412 km. Quanto distano, lungo la superficie della Terra, i due punti più lontani che è possibile osservare simultaneamente in ogni istante dalla ISS? Si trascurino gli effetti dell'atmosfera.

Soluzione



Con riferimento alla figura a sinistra, ricaviamo l'angolo limite di visibilità β di un corpo esteso per un osservatore posto a una distanza dello stesso ordine di grandezza delle dimensioni del corpo.

Detto **r** il raggio della Terra e **h** l'altezza della ISS, per la distanza **d** della ISS dal centro della Terra e per l'angolo β si ha:

$$d = r + h = 6378 \text{ km} + 412 \text{ km} = 6790 \text{ km}$$

$$\beta = \arccos \left(\frac{r}{d} \right) \approx \arccos \left(\frac{6378 \text{ km}}{6790 \text{ km}} \right) \approx 20^\circ.06$$

Dalla ISS sarà quindi possibile osservare un arco di meridiano **A** che sottende un angolo 2β e poiché vale la proporzione:

$$360^\circ : 2\beta = 2 \pi r : A$$

ricaviamo:

$$A = \frac{4 \pi r \beta}{360^\circ} \approx \frac{4 \pi \cdot 6378 \text{ km} \cdot 20^\circ.06}{360^\circ} \approx 4466 \text{ km}$$