Campionati Italiani di Astronomia 2023
Corso di preparazione alla Finale Nazionale
Categorie Senior/Master - Lezione 3

1. Il 21 marzo 2013 un osservatore nei pressi di Catania (λ = 15° 4' 27'') ha visto la Luna sorgere sul mare alle 19:00. Sapendo che in quella data era in vigore l'ora legale, stimate la fase della Luna quando quest'osservazione è stata fatta. Commentate quali dei dati forniti concorrono e come alla soluzione.

Soluzione
Il 21 marzo il Sole si trova in prossimità del Punto **γ** e quindi la sua declinazione è circa zero. In questo periodo dell'anno la lunghezza del giorno è pari a quella della notte a tutte le latitudini e il Sole tramonta, per un osservatore posto al centro di un dato fuso orario e trascurando l'equazione del tempo, alle 18, ovvero alle 19 se è in vigore l'ora legale. Poiché la Luna sorgeva quando il Sole tramontava, si trovava in direzione opposta al Sole e quindi la sua fase era molto prossima a piena.
Importanza dei dati:

- Dalla data del 21 marzo ricaviamo che la declinazione del Sole era prossima a zero.
- Dalla longitudine di Catania deduciamo che la differenza dell'ora locale rispetto all'ora solare del meridiano centrale è piccola.
- Dal sapere che era in vigore l'ora legale deduciamo che il Sole tramontava circa alle 19:00.
- Dal sapere che la Luna sorgeva sul mare possiamo escludere che l'osservatore avesse davanti a sé delle montagne o altre ostruzioni, che avrebbero comportato vederla sorgere più tardi.

2. Dimostrare che da Catania (**φ** = +37° 31') non si può osservare la Luna passare allo Zenith. Per la soluzione si ricordi che l'orbita della Luna è inclinata di circa 5° rispetto all'eclittica. In quali regioni della Terra si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre?

Soluzione
Una sorgente estesa si dice che passa allo zenith se copre lo zenith con almeno una parte del suo disco. In media il disco lunare ha una dimensione angolare $\boldsymbol{\alpha_L} \simeq 32'$.
A Catania l'altezza massima dell'equatore celeste sull'orizzonte $\mathbf{h_{m-EQ-CT}}$ vale:

$$h_{m-EQ-CT} = 90° - \varphi = 90° - 37°\,31' = 52°\,29'$$

Detta **ε** l'obliquità dell'eclittica, a Catania l'altezza massima dell'eclittica $\mathbf{h_{m-EC-CT}}$ vale:

$$h_{m-EC-CT} = h_{m-EQ-CT} + \varepsilon = 52°\,29' + 23°\,26' = 75°\,55'$$

Poiché il centro della Luna si trova fino a 5° sopra l'eclittica, a Catania la sua altezza massima $\mathbf{h_{m-L-CT}}$ vale:

$$h_{m-L-CT} = h_{m-EC-CT} + 5° = h_{m-EQ-CT} + \varepsilon + 5° = 90° - \varphi + \varepsilon + 5° = 80°\,55'$$

Quindi a Catania la Luna non può mai raggiungere lo zenith.
In generale per una località a latitudine φ nell'emisfero boreale, l'altezza massima del bordo superiore della Luna $\boldsymbol{h_{max-L}}$ vale:

$$h_{max-L} = 90° - \varphi + \varepsilon + 5° + \frac{\alpha_L}{2}$$

Ponendo $h_{max-L} = 90°$, otteniamo la latitudine massima $\boldsymbol{\varphi_{max}}$ alla quale la Luna passa allo zenith:

$$\varphi_{max} = 90° - 90° + \varepsilon + 5° + \frac{\alpha_L}{2} \simeq 28°\,42'$$

Per latitudini inferiori la Luna passerà oltre lo zenith. Poiché considerazioni analoghe valgono per un osservatore nell'emisfero Sud, concludiamo che si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre, per tutte le località per cui $28°\,42' > \varphi > -28°\,42'$.

3. Dimostrate che per un osservatore nell'emisfero Boreale la Luna Piena raggiunge la sua massima altezza sull'orizzonte in inverno. Stimate il valore minimo e massimo dell'altezza della Luna Piena al meridiano per un osservatore posto al Polo Nord.

Soluzione

La Luna Piena si trova in direzione esattamente opposta al Sole. L'inclinazione della sua orbita rispetto all'eclittica è di circa 5°. Per un osservatore nell'emisfero Boreale il Sole raggiunge la declinazione massima $\delta_{\odot max} = +23°\,26'$ in estate e quindi la Luna Piena avrà declinazione minima $\delta_{Lmin} = -23°\,26' \pm 5°$. Il Sole raggiunge la declinazione minima $\delta_{\odot min} = -23°\,26'$ in inverno e quindi la Luna Piena avrà declinazione massima $\delta_{Lmax} = +23°\,26' \pm 5°$.

L'altezza sull'orizzonte di un astro al passaggio al meridiano dipende dalla sua declinazione $\boldsymbol{\delta}$ e dalla latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ a cui si trova l'osservatore. Per un osservatore nell'emisfero Boreale ($0° < \varphi \leq 90°$) si ha allora che per l'altezza massima della Luna vale la relazione:

$$h_{max-L} = 90° - \varphi + \delta_{Lmax}$$

e quindi la Luna Piena raggiunge la sua massima altezza sull'orizzonte in inverno.

Per l'altezza massima $\boldsymbol{h_{max-Lp}}$ e minima $\boldsymbol{h_{min-Lp}}$ della Luna per un osservatore posto al polo valgono le relazioni:

$$h_{max-Lp} = 90° - \varphi + \delta_{Lmax} = 90° - 90° + 23°\,26' + 5° = +28°\,26'$$

$$h_{min-Lp} = 90° - \varphi - \delta_{Lmin} = 90° - 90° - 23°\,26' - 5° = -28°\,26'$$

4. Quanto dovrebbe valere l'obliquità dell'eclittica per poter osservare da Catania (φ = +37° 31') il 21 giugno il fenomeno del "Sole di mezzanotte"? Quanto varrebbe con questo valore di obliquità l'altezza del Sole al meridiano di Catania in direzione sud ai solstizi e agli equinozi? Trascurate gli effetti dovuti alla rifrazione e alle dimensioni apparenti del Sole.

Soluzione

Per essere osservabile a mezzanotte occorre che il Sole sia visibile quando transita al meridiano in direzione nord, ovvero che risulti circumpolare. Indicando con $\boldsymbol{\varepsilon}$ l'obliquità dell'eclittica, la condizione richiesta equivale a poter osservare da Catania il Sole circumpolare il giorno in cui la sua declinazione $\boldsymbol{\delta_{\odot}}$ è massima, cioè quando:

$$\delta_{\odot} = \varepsilon$$

In una località a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ una stella è circumpolare quando:

$$\delta \geq 90° - \varphi$$

quindi a Catania il Sole alla sua massima declinazione risulterebbe circumpolare per:

$$\varepsilon = 90° - \varphi = 90° - 37°\,31' = 52°\,29'$$

L'altezza di un oggetto con declinazione $\boldsymbol{\delta}$ che transita al meridiano in direzione sud è la sua altezza massima $\mathbf{h_{max}}$ ed è data dalla relazione:

$$h_{max} = 90° - \varphi + \delta$$

Con il valore di $\boldsymbol{\varepsilon}$ che rende il Sole circumpolare a Catania il 21 giugno ai solstizi e agli equinozi si ha:

Solstizio estate	Equinozio di autunno	Solstizio d'inverno	Equinozio di primavera
$\delta_{\odot} = \varepsilon = 52°\,29'$	$\delta_{\odot} = 0°$	$\delta_{\odot} = -\varepsilon = -52°\,29'$	$\delta_{\odot} = 0°$
$h_{max-\odot} = 90° - 37°31' + 52°29' = 104°58'$	$h_{max-\odot} = 90° - 37°31' + 0° = 52°\,29'$	$h_{max-\odot} = 90° - 37°31' - 52°29' = 0°$	$h_{max-\odot} = 90° - 37°31' + 0° = 52°\,29'$

Quindi al solstizio d'estate il Sole culminerebbe oltre lo zenith, mentre sarebbe sull'orizzonte al solstizio d'inverno. Se osserviamo il fenomeno del Sole di mezzanotte il 21 giugno, il Sole sarebbe al massimo sull'orizzonte (trascurando le dimensioni angolari) al solstizio di inverno. Notiamo infine che l'altezza massima agli equinozi resta invariata, in quanto trovandosi sull'equatore celeste $\boldsymbol{\delta}_{\odot}$ non dipende da $\boldsymbol{\varepsilon}$.

5. Nel 1100 A.C. degli astronomi cinesi misurarono l'altezza massima del Sole al meridiano ai solstizi, ottenendo 79° 7' e 31° 19'. In entrambi i casi il Sole era a sud dello zenith. A quale latitudine furono eseguite queste osservazioni? Quanto valeva all'epoca l'obliquità dell'eclittica?

Soluzione.

Gli astronomi si trovavano sicuramente nell'emisfero nord. Dette $\boldsymbol{\varepsilon}$ l'obliquità dell'eclittica e $\boldsymbol{\varphi}$ la latitudine del luogo, poiché il Sole culminava a sud dello zenith, le altezze massime al solstizio d'estate $\boldsymbol{h}_{\odot 21-G}$ e a quello d'inverno $\boldsymbol{h}_{\odot 21-D}$ sono date dalle relazioni:

$$h_{\odot 21-G} = 90° - \varphi + \varepsilon \qquad h_{\odot 21-D} = 90° - \varphi - \varepsilon$$

Quindi sottraendo membro a membro risulta che:

$$\varepsilon = \frac{h_{\odot 21-G} - h_{21\odot-D}}{2} = \frac{79°\,7' - 31°\,19'}{2} = 23°\,54'$$

e inoltre:

$$\varphi = 90° - h_{21\odot-G} + \varepsilon = 90° - 79°\,7' + 23°\,54' = 34°\,47'$$

Notiamo che il valore dell'obliquità dell'eclittica dall'anno 1100 A.C. a oggi è diminuito di 28'.

6. Due osservatori si trovano uno presso la base antartica "Dome C" ($\varphi = -75°\,06';\ \lambda = 123°\,20'\,E$) e l'altro a Torino ($\varphi = 45°\,02';\ \lambda = 7°\,46'\,E$). A un certo istante del 21 marzo 2022 l'osservatore a Dome C vede il Sole passare al meridiano alla massima altezza. Si risponda alle seguenti domande:

1. dopo quanto tempo l'osservatore a Torino vedrà passare il Sole al meridiano?
2. a che altezza sull'orizzonte, e in che direzione, i due osservatori vedono il Sole passare al meridiano il 21 marzo 2022?

Soluzione

1. Il tempo $\boldsymbol{\Delta T}$ che trascorre tra il passaggio del Sole al meridiano in due località è legato alla differenza tra le loro longitudini. Poiché il Sole, trascurando gli effetti dovuti all'equazione del tempo, in 24 h si sposta di 360° in longitudine, dette $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{DC}}$ e $\boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{TO}}$ le longitudini di Dome C e di Torino vale la relazione:

$$\Delta T = \frac{(\lambda_{DC} - \lambda_{TO}) \cdot 24h}{360°} \simeq \frac{115°\,34' \cdot 24h}{360°} \simeq \frac{115°.57 \cdot 24h}{360°} \simeq 7h\,42m\,17s$$

2. L'altezza massima del Sole al suo passaggio al meridiano è legata alla latitudine del luogo di osservazione e alla sua declinazione $\boldsymbol{\delta}_{\odot}$. In entrambe le località il Sole culmina più a sud dello zenith. Dette $\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{DC}}$ e $\boldsymbol{\varphi}_{\mathbf{TO}}$ le latitudini di Dome C e di Torino e poiché il 21 marzo la declinazione del Sole è pari a zero, per le altezze $\mathbf{h}_{\odot-\mathbf{DC}}$ e $\mathbf{h}_{\odot-\mathbf{TO}}$ del Sole a Dome C e a Torino, e considerando che il primo osservatore si trova nell'emisfero australe, si ha:

$$h_{\odot-DC} = 90° + \varphi_{DC} + \delta_{\odot} = 90° - 75°\,06' + 0° = 14°\,54'$$

$$h_{\odot-TO} = 90° - \varphi_{DC} + \delta_{\odot} = 90° - 45°\,02' + 0° = 44°\,58'$$

L'osservatore a Dome C vedrà il Sole passare al meridiano alla massima altezza in direzione Nord, mentre l'osservatore a Torino lo vede passare alla massima altezza in direzione Sud.

7. Alle 17:30 del 21/12/2022, poco prima di partire da una stazione posta a latitudine +42°, due astronomi notano che una stella con declinazione +37° sta passando al meridiano in direzione sud. Dieci minuti dopo il treno parte per arrivare, con 18 m di ritardo sul viaggio previsto di 11.5 ore, in una stazione avente la stessa longitudine di quella di partenza, ma situata 2004 km più a nord. Appena scesi dal treno, con il cielo ancora buio, i due astronomi osservano la stessa stella che avevano osservato all'inizio del viaggio.

1. A quali altezze sull'orizzonte è stata osservata la stella nella stazione di partenza e in quella di arrivo?
2. Poteva la seconda osservazione essere fatta se invece che spostarsi 2004 km più a nord i due astronomi si fossero spostati in una località 2004 km più a sud?

Soluzione

1. Detto $\mathbf{R_T}$ il raggio della Terra e $\boldsymbol{\Delta S}$ lo spazio percorso lungo un meridiano, la differenza di latitudine $\boldsymbol{\Delta\varphi}$ tra le due stazioni, assumendo la Terra perfettamente sferica, si ricava dalla relazione:

$$\Delta\varphi = \frac{360° \cdot \Delta S}{2\,\pi\,R_T} \simeq \frac{360\,° \cdot 2004\,km}{2\,\pi \cdot 6378\,km} \simeq 18°$$

Quindi detta $\boldsymbol{\varphi_1}$ la latitudine della stazione di partenza, la latitudine $\boldsymbol{\varphi_2}$ della stazione di arrivo vale:

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi = +42° + 18° = 60°$$

Detta $\boldsymbol{\delta_S}$ la declinazione della stella, alla latitudine φ_2 essa risulta circumpolare, in quanto:

$$\delta_S = 37° > 90° - \varphi_2$$

Poiché il treno parte 10 minuti dopo la prima osservazione e ha un ritardo all'arrivo di 18 minuti rispetto al previsto, l'intervallo di tempo totale $\mathbf{\Delta t}$ tra le due osservazioni è di:

$$\Delta t = 10m + 11h\ 30\ m + 18\ m = 11h\ 58m$$

Tale intervallo di tempo è pari a metà di un giorno siderale e quindi all'arrivo gli astronomi osservano la stella che transita al meridiano in direzione nord.
Nel primo caso dobbiamo quindi calcolare l'altezza massima $\mathbf{h_{max}}$ della stella sull'orizzonte osservata da una località a latitudine φ_1; poiché la stella culmina più a sud dello zenith in quanto $\varphi_1 > \delta_S$, si ha:

$$h_{max} = 90° - \varphi_1 + \delta_S = 90° - 42° + 37° = 85°$$

Nel secondo caso dobbiamo calcolare l'altezza minima $\mathbf{h_{min}}$ della stella sull'orizzonte osservata da una località a latitudine φ_2:

$$h_{min} = -90° + \varphi_2 + \delta_S = -90° + 60° + 37° = 7°$$

2. Se i due astronomi si fossero mossi in direzione sud, la latitudine $\boldsymbol{\varphi_3}$ della stazione di arrivo sarebbe stata:

$$\varphi_3 = \varphi_1 - \Delta\varphi = +42° - 18° = 24°$$

dove però una stella di declinazione $\boldsymbol{\delta_S}$ non risulta circumpolare in quanto:

$$\delta_S = 37° < 90° - \varphi_3$$

e quindi non può essere osservata al passaggio al meridiano in direzione nord.

8. Dall' "Isola che non c'è" è possibile osservare la Polare alta sull'orizzonte e inoltre l'altezza massima raggiuta dal Sole al meridiano il 21 giugno vale 90°. Determinare la latitudine a cui si trova l' "Isola che non c'è" e l'altezza massima e minima sull'orizzonte della Polare (δ_{Polare}= 89° 16').

Soluzione

Anche se molto vicina al polo nord celeste, l'attuale Stella Polare non coincide perfettamente con esso (infatti ha δ_{Polare}= 89° 16'), pertanto ruota anch'essa attorno al polo celeste e la sua altezza sull'orizzonte dell'osservatore varierà tra un valore massimo e un valore minimo.
Poiché osserviamo la Polare alta sull'orizzonte, l' "Isola che non c'è" si trova certamente nell'emisfero Boreale. L'altezza massima del Sole $h_{max-\odot}$ in una località a latitudine φ il 21 giugno vale:

$$h_{max-\odot} = 90° - \varphi + 23°\ 26'$$

da cui, poiché $h_{max-\odot} = 90°$, ricaviamo la latitudine dell' "Isola che non c'è":

$$\varphi = 23° \, 26'$$

Una stella con $\delta > \varphi$ culmina più a nord dello zenith e l'altezza massima $\mathrm{h_{max}}$ e minima $\mathrm{h_{min}}$ sono contate a partire dal punto cardinale nord e valgono:

$$\mathrm{h_{max}} = 90° + \varphi - \delta$$

$$\mathrm{h_{min}} = -90° + \varphi + \delta$$

Per la polare osservata dall' "Isola che non c'è" avremo:

$$\mathrm{h_{max-Polare}} = 90° + 23° \, 26' - 89° \, 16' = 24° \, 10'$$

$$\mathrm{h_{min-Polare}} = -90° + 23° \, 26' + 89° \, 16' = 22° \, 42'$$

9. All'osservatorio di Greenwich una stella passa al meridiano a UT = 0h. Lo stesso giorno osservata dall' "Isola che non c'è" la stella passa al meridiano a UT = 2h. Determinate la longitudine dell' "Isola che non c'è".

Soluzione

Il periodo **P** di rotazione della Terra (giorno siderale) vale 23h 56m 4.1s, quindi detta $\boldsymbol{\Delta\lambda}$ la differenza di longitudine tra due località e $\mathbf{\Delta T}$ l'intervallo di tempo tra il passaggio di una data stella al meridiano nelle due località, vale la proporzione:

$$\Delta \mathrm{T} : \mathrm{P} = \Delta\lambda : 360°$$

da cui otteniamo:

$$\Delta\lambda = \frac{360° \cdot \Delta\mathrm{T}}{\mathrm{P}} \simeq \frac{360° \cdot 2h}{23h \, 56m \, 4.1s} \simeq \frac{360° \cdot 2h}{23.93447} \simeq 30°.08 \simeq 30° \, 5'$$

Poiché la stella passa al meridiano dell' "Isola che non c'è" 2 ore dopo essere passata al meridiano a Greenwich, deduciamo che la sua longitudine è 30° 5′ Ovest.

10. Quanti giorni siderali, per la cui durata si assuma 23h 56m 4.1s, ci sono in un anno siderale?

Soluzione

In un anno siderale ci sono 365.256 giorni solari medi, ovvero 8766.14 h.

La durata di un giorno siderale è di 23h 56m 4.1s ≃ 23.9345 h e quindi per il numero di giorni siderali $\mathbf{N_{G-S}}$ otteniamo:

$$N_{G-S} \simeq \frac{8766.14}{23.9345} \cong 366.256$$

Quindi nel tempo che la Terra impiega per ruotare intorno al Sole, completa una rotazione supplementare attorno al proprio asse.

11. Un astronomo nota che il suo orologio a tempo siderale si è fermato. Suggerite un metodo con cui l'astronomo, che dispone di un telescopio, può autonomamente sincronizzare con buona precisione il suo orologio con il tempo siderale (senza ricorrere cioè a interventi esterni).

Soluzione.

Il tempo siderale $\boldsymbol{t}$ è definito come l'angolo orario del punto $\boldsymbol{\gamma}$. Se di una stella conosciamo l'ascensione retta $\boldsymbol{\alpha}$ e ne misuriamo l'angolo orario **H**, vale la relazione:

$$\mathrm{t} = \alpha + \mathrm{H}$$

Quando una stella passa al meridiano il suo angolo orario è nullo. Quindi in ogni istante passano al meridiano le stelle la cui ascensione retta è pari al tempo siderale. L'astronomo potrà regolare l'orologio a tempo siderale sul valore dell'ascensione retta di una stella e farlo ripartire nell'istante in cui osserverà con il suo telescopio detta stella passare al meridiano.

12. Si considerino due località A e B sulla Terra, con la seconda a ovest rispetto alla prima. Detti $\boldsymbol{t_A}$ e $\boldsymbol{t_B}$ i valori del tempo siderale e $\boldsymbol{UT_A}$ e $\boldsymbol{UT_B}$ i valori del tempo universale nelle due località, dire se le affermazioni $\boldsymbol{t_A = t_B}$ e $\boldsymbol{UT_A = UT_B}$ sono corrette.

Soluzione.

Il tempo siderale dipende dalla longitudine dell'osservatore. Consideriamo una stella di ascensione retta $\boldsymbol{\alpha}$ visibile da entrambe le località. Se la stella passa al meridiano in direzione sud nella località A al tempo $\boldsymbol{t_A}$, vale la relazione:

$$\boldsymbol{t_A = \alpha}$$

Poiché la località B si trova a ovest di A, e poiché la rotazione della Terra è da ovest verso est, la stella vista da B passerà al meridiano in un tempo successivo. Ne segue che:

$$\boldsymbol{t_A > t_B}$$

E' invece vera l'affermazione $\boldsymbol{UT_A = UT_B}$, perché, per definizione, il Tempo Universale è lo stesso in tutti i luoghi della Terra.

13. Calcolare il tempo siderale di Greenwich quando presso l'European Southern Observatory di La Silla (Cile; λ = 70° 43' 53" W, φ = 29° 15' 40".2 S) il tempo siderale locale è 10h 15m 45s.

Soluzione

In ogni istante, detto $\boldsymbol{t_s}$ il tempo siderale locale è $\boldsymbol{TSG}$ il tempo siderale di Greenwich, vale la relazione:

$$t_s = TSG \pm \lambda$$

dove la longitudine $\boldsymbol{\lambda}$ (trasformata in tempo) è da considerare con segno negativo se la località è a ovest di Greenwich (come in questo caso) e con segno positivo se la località è a est di Greenwich.
Trasformiamo la longitudine di La Silla in unità di tempo **X** dalla relazione:

$$360° : 24h = \lambda : X$$

$$X = \frac{\lambda \cdot 24\,h}{360°} = \frac{70°\,43'\,53''\,\cdot\,24h}{360°} \simeq \frac{70°.7314\,\cdot 24h}{360°} \simeq 4^h.7154 \simeq 4h\;42m\,56s$$

e quindi:

$$TSG = t_s + X \simeq 10h\,15m\,45s + 4h\,42m\,56s \simeq 14h\,58m\,41s$$

14. Quanto valgono per un osservatore posto alla latitudine +42° la declinazione, l'angolo orario e l'ascensione retta dello zenith in un certo istante? Di quanto varia dopo 24h di tempo solare medio l'ascensione retta dello zenith?

Soluzione

Per ogni latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ la declinazione dello zenith $\boldsymbol{\delta_Z}$ è pari alla latitudine.

Nel caso in esame quindi:

$$\delta_Z = \mathbf{42°}$$

e rimane costante al passare del tempo, a meno degli effetti dovuti alla precessione e alla variazione dell'obliquità dell'eclittica.
L'angolo orario $\boldsymbol{H_Z}$ dello zenith è costante e vale:

$$H_Z = \mathbf{0°}$$

poiché, per definizione, il meridiano del luogo passa per lo zenith.
L'ascensione retta dello zenith $\boldsymbol{AR_Z}$ varia in modo continuo a causa della rotazione della Terra ed è in ogni istante pari al tempo siderale locale:

$$\boldsymbol{AR_Z} = \textbf{tempo siderale locale (LST)}$$

poiché, per definizione, a ogni istante passano al meridiano le stelle con ascensione retta pari al tempo siderale.
Infine, a causa della differenza tra giorno solare e giorno siderale, dopo 24h di tempo solare medio l'ascensione retta dello zenith $\boldsymbol{AR_{Z+24h}}$ sarà:

$$\boldsymbol{AR_{Z+24h} \simeq AR_{Z} + \mathbf{3m\ 56s}}$$

cioè aumentata di circa 3m 56s rispetto al giorno precedente.

15. Come variano le coordinate equatoriali e altazimutali di un satellite posto in un'orbita geostazionaria?

Soluzione.
I satelliti geostazionari si trovano su un'orbita equatoriale posta a circa 36000 km di altezza dal suolo.
Poiché il suo periodo di rivoluzione è pari a un giorno siderale, un satellite geostazionario appare immobile nel cielo per un osservatore sulla superficie della Terra, quindi per le sue coordinate altazimutali altezza $\boldsymbol{h_{sat}}$ e azimut $\boldsymbol{A_{sat}}$ e per la sua declinazione $\boldsymbol{\delta_{sat}}$ si ha:

$$\boldsymbol{h_{sat}} = costante \quad \boldsymbol{A_{sat}} = costante \quad \boldsymbol{\delta_{sat}} = costante$$

In funzione della sua posizione sull'orbita geostazionaria e della posizione dell'osservatore sulla superficie della Terra, un satellite geostazionario si trova a una distanza angolare $\boldsymbol{\lambda_{sat}}$ dal meridiano del luogo di osservazione.
L'ascensione retta $\boldsymbol{AR_{sat}}$ del satellite aumenta a causa della rotazione della Terra. In ogni istante è pari al tempo siderale locale (LST), corretto per la distanza angolare del satellite dal meridiano del luogo espressa in tempo:

$$AR_{sat} = \mathrm{LST} \pm \lambda_{sat}$$

La correzione va considerata con segno positivo se il satellite è visto a est del meridiano, con segno negativo se è visto a ovest.
Inoltre, a causa della differenza tra giorno solare medio e giorno siderale, dopo 24h di tempo solare medio l'ascensione retta del satellite sarà aumentata di circa 3m e 56s rispetto al giorno precedente:

$$\boldsymbol{AR_{sat+24h} \simeq AR_{sat} + \mathbf{3m\ 56s}}$$

Nota.
Poiché la loro distanza dalla superficie è dello stesso ordine di grandezza del raggio della Terra, i satelliti geostazionari sono visibili solo dalle regioni a latitudine maggiore di circa 81° e minore di circa -81°.

16. Il 21 agosto 2017 alle 13:30 di ora locale in una città posta sul meridiano centrale del fuso orario $\mathrm{UT} - 5$ è stata osservata un'eclisse totale di Sole. Stimare la fase che aveva la Luna osservata dalla stessa località il 26 agosto 2018 alle UT = 00:00. Per il periodo sinodico della Luna si assuma $P_{sin} = 29.53$ giorni.

Soluzione
Poiché è stata osservata un'eclisse totale di Sole, nella data e nell'ora indicata la Luna era nuova. Noto il tempo locale **LT** dell'eclisse e il fuso orario del luogo di osservazione, possiamo calcolare il Tempo Universale $\boldsymbol{UT_E}$ al momento dell'eclisse, che, essendo la località posta sul meridiano centrale e a ovest di Greenwich, vale semplicemente:

$$\mathrm{UT_E} = \mathrm{LT} + 5 = 13:30 + 5 = 18:30$$

Il numero di giorni $\boldsymbol{\Delta}$**T** trascorsi tra le 18:30 UT del 21 agosto 2017 e le 00:00 UT del 26 agosto 2018 è:

$$\Delta T = 1\ anno + 4\ giorni + 5.5\ h = 369.23\ giorni$$

Questo tempo corrisponde a un numero $\mathbf{N_L}$ di lunazioni:

$$\mathrm{N_L} = \frac{\Delta \mathrm{T}}{\mathrm{P_{sin}}} \simeq \frac{369.23}{29.53} \simeq 12.50$$

Poiché sono trascorsi 12 periodi sinodici e mezzo, vuol dire che la Luna era piena.

17. Il tempo siderale a Greenwich il 18 febbraio 2003 alle 00h:00m di Tempo Universale era di 9h 50m 12s. A che Tempo Universale è passata quel giorno al meridiano di Greenwich in direzione sud una stella circumpolare con ascensione retta di 22 h? Sapendo che la magnitudine apparente della stella era 1.5, dite se poteva essere osservata a occhio nudo all'istante del passaggio al meridiano.

Soluzione.

Ogni istante passano al meridiano in direzione sud le stelle la cui ascensione retta $\boldsymbol{\alpha}$ è pari al tempo siderale. Quindi quando la stella è passata al meridiano il tempo siderale locale **t** era:

$$t = \alpha = 22h$$

In quel momento il tempo siderale **Δt** trascorso dalle ore 00h:00m di Tempo Universale (**UT**) era:

$$\Delta t = 22h - 9h\,50m\,12s = 12h\,09m\,48s$$

Per trasformare questo intervallo di tempo siderale Δt in intervallo di tempo universale **ΔUT**, ricordiamo che 24h di tempo siderale corrispondono a 23h 56m 4.1s di tempo universale, quindi la costante di proporzionalità **K** tra tempo siderale e tempo universale è:

$$\mathrm{K} = \frac{\mathrm{23h\ 56m\ 4.1\ s}}{\mathrm{24h}} \simeq \frac{23.9345}{24} \simeq 0.99727$$

Detto UT l'ora in cui la stella transita al meridiano avremo:

$$\mathrm{UT = 00h00m + \Delta UT = \Delta t \cdot K}$$

$$\mathrm{UT \simeq 12h\,09m\,48s \cdot 0.99727 \simeq 12.1633\,h \cdot 0.99727 \simeq 12.1301\,h \simeq 12h\,7m\,48s}$$

Poiché la stella è circumpolare a Greenwich e molto luminosa, sarebbe stata sicuramente visibile con il Sole a meno di circa 12 gradi sotto l'orizzonte (inizio del crepuscolo astronomico). Poiché il tempo solare medio è definito come l'angolo orario del Sole medio aumentato di 12h, trascurando l'equazione del tempo (il cui valore massimo è di circa 16 minuti), possiamo stimare che l'angolo orario del Sole vero $\boldsymbol{h}_\odot$ era:

$$\boldsymbol{h}_\odot \simeq \mathrm{UT - 12h} \simeq \mathrm{0h}$$

Quindi il Sole era in prossimità del passaggio al meridiano in direzione sud, ovvero ci si trovava in pieno giorno e quindi la stella, anche se molto luminosa, non poteva essere osservata a occhio nudo.

18. Attualmente la stella più vicina al polo nord celeste è α UMi, che viene chiamata Stella Polare. La stella più vicina al polo nord celeste nel 2800 A.C. era Thuban (= α Dra) con declinazione $\delta\, Thuban_{2800AC} = +89°\,48'$. Nell'anno 2000 le declinazioni delle due stelle erano $\delta\, Polare_{2000} = +89°\,16'$ e $\delta\, Thuban_{2000} = +64°\,22'$. Calcolare l'altezza massima sull'orizzonte di α UMi nel 2800 A.C. per un osservatore posto a Cremona (φ = +45° 8'). Trascurate gli effetti dovuti al moto proprio delle due stelle.

Soluzione.

L'altezza massima sull'orizzonte $\boldsymbol{h_{max}}$ di una stella con declinazione $\boldsymbol{\delta}$ si ha in corrispondenza del suo passaggio al meridiano in direzione sud e da una località con declinazione $\boldsymbol{\varphi}$ vale:

$$\mathrm{h_{max}} = 90° - \varphi + \delta \qquad \text{se } \varphi > \delta$$

$$\mathrm{h_{max}} = 90° + \varphi - \delta \qquad \text{se } \varphi < \delta$$

Nel primo caso la stella culmina più a sud dello zenit, nel secondo più a nord e l'altezza sull'orizzonte viene contata dal punto cardinale nord.

Trascurando gli effetti del moto proprio, la distanza in declinazione $\boldsymbol{\Delta\delta}$ tra le due stelle rimane invariata nel tempo ed era quindi la stessa nel 2000 e nel 2800 A.C.:

$$\Delta\delta = \delta Polare_{2000} - \delta Thuban_{2000} = 89°\,16' - 64°22' = 24°\,54'$$

$$\Delta\delta = \delta Thuban_{2800AC} - \delta Polare_{2800AC} = 24°\,54'$$

Poiché nel 2800 A.C. Thuban si trovava a 12' dal polo celeste, la declinazione della Polare era:

$$\delta Polare_{2800AC} = 90° - \Delta\delta - 12' = 90° - 24° 54' - 12' = 64° 54'$$

Poiché $\delta Polare_{2800AC} > \varphi$, a Cremona la polare culminava oltre lo zenith e quindi la sua altezza massima sull'orizzonte $\boldsymbol{h}\mathbf{P}_{\mathbf{max\_2800AC}}$ valeva:

$$\mathrm{hP}_{\mathrm{max\_2800AC}} = 90° + \varphi - \delta Polare_{2800AC} = 90° + 45° 8' - 64° 54' = 70° 14'$$

19. Osservata da Perugia l'8 aprile 2020 la Luna è stata piena alle 04:36 e in quel momento la sua ascensione retta era di 13h 14m. Per lo stesso osservatore calcolate:

1. la data e l'ora della Luna piena successiva a quella dell'8 aprile 2020;
2. l'ascensione retta della Luna piena successiva a quella dell'8 aprile 2020.

Considerate circolari le orbite di Terra e Luna e trascurate la variazione della declinazione della Luna.

Soluzione.

1. La Luna piena successiva si avrà dopo un mese sinodico. La durata del mese sinodico **S**, ovvero il tempo necessario alla Luna per tornare in opposizione rispetto al Sole, si può calcolare a partire dalla durata del mese siderale della Luna (**P**) e dell'anno siderale della Terra (**E**):

$$\frac{1}{\mathrm{S}} = \frac{1}{\mathrm{P}} - \frac{1}{\mathrm{E}} = \frac{\mathrm{E} - \mathrm{P}}{\mathrm{P} \cdot \mathrm{E}}$$

da cui:

$$\mathrm{S} = \frac{\mathrm{P} \cdot \mathrm{E}}{\mathrm{E} - \mathrm{P}} \simeq \frac{27.322 \cdot 365.256}{365.256 - 27.322} \simeq 29.531 \text{ g} \simeq 29 \text{ g } 12 \text{ h } 45 \text{ m}$$

Giorno e ora della Luna piena successiva sono stati:

8 aprile + 29 giorni = 7 maggio

04:36 + 12:45 = 17:21

Quindi la successiva Luna Piena è stata osservata il 7 maggio alle 17:21.

2. In un mese siderale la Luna percorre in cielo esattamente 24h di ascensione retta, detto **X** l'aumento di ascensione retta in un mese sinodico, vale la proporzione:

P : 24h = S : X

da cui:

$$\mathrm{X} = \frac{24\mathrm{h} \cdot 29.531 \text{ g}}{27.322 \text{ g}} \simeq 25.940 \text{ h} = 24\mathrm{h} + 1\mathrm{h}\ 56\mathrm{m}\,.$$

L'ascensione retta **AR** della Luna piena del 7 maggio è quindi aumentata di 1h e 56 minuti rispetto a quella della Luna piena dell'8 aprile e valeva:

$$\mathrm{AR}_{7\ \mathrm{maggio}} = \mathrm{AR}_{8\ \mathrm{aprile}} + 1\mathrm{h}\ 56\mathrm{m} = 15\mathrm{h}\ 10\mathrm{m}$$

Nota.
La durata del mese sinodico varia nel corso dell'anno da un minimo di circa 29.269 giorni a un massimo di circa 29.840 giorni, ovvero in un intervallo di circa ±7 ore rispetto alla durata media. La Luna piena del 7 maggio 2020 si è avuta alle 12:46 e la sua ascensione retta era di 15h 03m.

20. Calcolate il valore del Giorno Giuliano alle ore 14:30 di UT del 20 aprile 2016, sapendo che il 20 gennaio 2015 alle ore 12:00 di UT il suo valore era JD = 2457043.0 .

Soluzione
Poiché l'anno 2016 era bisestile, tra le ore 12:00 del 20 gennaio 2015 e le ore 12:00 del 20 aprile 2016 è trascorso un tempo Δt dato dalla somma di:

$$\Delta t_1 = 20\ gennaio\ 2015 - 20\ gennaio\ 2016 = 365\ giorni$$
$$\Delta t_2 = 20\ gennaio\ 2016 - 20\ febbraio\ 2016 = 31\ giorni$$

$$\Delta t_3 = 20\ febbraio\ 2016\ - 20\ marzo\ 2016 = 29\ giorni$$
$$\Delta t_4 = 20\ marzo\ 2016\ - 20\ aprile\ 2016 = 31\ giorni$$
$$\Delta t = 365 + 31 + 29 + 31 = 456\ giorni$$

Inoltre, poiché 2h 30m corrispondono a una frazione di giorno **Δg** pari a:

$$\Delta g = \frac{2h\ 30m}{24h} \simeq 0.1042$$

alle ore 14:30 UT del 20 aprile 2016 il giorno giuliano valeva:

$$JD \simeq 2457043.0 + 456 + 0.1042 = 2457499.1042$$