Campionati Italiani di Astronomia 2023
Corso di preparazione alla Finale Nazionale
Categoria Junior 2 - Lezione 2

1. Calcolate la differenza di magnitudine tra la Luna Piena osservata al perigeo e la Luna Piena osservata all'apogeo.

Soluzione
Trascurando la differenza del flusso solare incidente nei due casi (la differenza tra la distanza della Luna al perigeo e all'apogeo dalla Terra è $\simeq 2.9 \cdot 10^{-4}$ la distanza media della Terra dal Sole) il flusso riflesso dalla Luna, a parità di condizioni osservative, dipende unicamente dalla superficie illuminata visibile ed è ad essa proporzionale.
Dette $\mathbf{d_{ALuna}}$ e $\mathbf{d_{PLuna}}$ le distanze della Luna all'apogeo e al perigeo (calcolabili tramite le relative formule), i corrispondenti raggi apparenti $\boldsymbol{R_{ALuna}}$ e $\boldsymbol{R_{PLuna}}$ della Luna sono dati da:

$$R_{ALuna} = \sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{R_{Luna}}}{\mathrm{d_{ALuna}}}\right) \simeq sin^{-1}\left(\frac{1738}{405.7 \cdot 10^3}\right) \simeq 14'.73$$

$$R_{PLuna} = \sin^{-1}\left(\frac{\mathrm{R_{Luna}}}{\mathrm{d_{PLuna}}}\right) \simeq sin^{-1}\left(\frac{1738}{363.1 \cdot 10^3}\right) \simeq 16'.46$$

Quindi le aree del disco lunare all'apogeo $\boldsymbol{A_{ALuna}}$ e al perigeo $\boldsymbol{A_{PLuna}}$ sono date da:

$$\mathrm{A_{ALuna}} = \pi\, \mathrm{R_{ALuna}}^2 \simeq 681.6\, arcmin^2 \qquad \mathrm{A_{PLuna}} = \pi\, \mathrm{R_{PLuna}}^2 \simeq 851.2\, arcmin^2$$

La differenza di magnitudine $\boldsymbol{\Delta m}$ vale quindi:

$$\Delta\mathrm{m} = m_p - m_A = -2.5 \log \frac{\mathrm{F_P}}{\mathrm{F_A}} \simeq -2.5 \log \frac{851.2\, arcmin^2}{681.6\, arcmin^2} \simeq -2.5 \log 1.249 \simeq -0.24$$

In alternativa, considerando che il flusso diminuisce con l'inverso del quadrato della distanza si ha:

$$\Delta\mathrm{m} = m_p - m_A = -2.5 \log \frac{\mathrm{F_P}}{\mathrm{F_A}} = -2.5 \log \frac{\mathrm{d_{ALuna}}^2}{\mathrm{d_{PLuna}}^2} = -5 \log \frac{405.7 \cdot 10^3\, km}{363.1 \cdot 10^3\, km} \simeq -5 \log 1.117 \simeq -0.24$$

2. Due stelle di luminosità costante, A e B, della Galassia si trovano a una distanza di 107 anni luce una dall'altra. Osservata da A la stella B ha magnitudine apparente 5.45. A causa del loro moto intorno al centro galattico le due stelle si allontanano di 68.7 UA all'anno. Calcolate la magnitudine apparente che la stella B, vista da A, avrà tra 1500 anni. Si trascurino gli effetti dovuti alla presenza di nubi di materia tra le due stelle.

Soluzione
La distanza attuale in parsec tra le due stelle $\boldsymbol{d_{AB}}$ vale:

$$d_{AB} = \frac{107\ anni\ luce}{3.2616\ \frac{anni\ luce}{parsec}} \simeq 32.8\, parsec$$

Detta $\boldsymbol{m_B}$ la magnitudine apparente di B vista da A, la magnitudine assoluta $\boldsymbol{M_B}$ di B vale:

$$\mathrm{M_B} = \mathrm{m_B} + 5 - 5 \log \mathrm{d_{AB}} \simeq 5.45 + 5 - 5 \log 32.8 \simeq 2.87$$

Tra 1500 anni la distanza delle due stelle sarà aumentata di $\Delta\boldsymbol{d_{AB}}$ pari a:

$$\Delta\mathrm{d_{AB}} = 1500\ \mathrm{anni} \cdot 68.7\ \frac{\mathrm{UA}}{\mathrm{anno}} \simeq 103 \cdot 10^3\ UA \simeq 0.500\ pc$$

La nuova distanza $\boldsymbol{d_{AB-N}}$ tra A e B sarà quindi:

$$d_{AB-N} = d_{AB} + \Delta d_{AB} \simeq 33.3 \text{ pc}$$

E la magnitudine apparente $\boldsymbol{m_{B-N}}$ di B vista da A sarà:

$$m_{B-N} = M_B - 5 + 5 \log d_{AB-N} \simeq 2.87 - 5 + 5 \log 33.3 \simeq 5.48$$

3. La magnitudine apparente della Luna al primo quarto è -12.00. Quanto vale, a parità di condizioni osservative, la magnitudine apparente della Luna piena?

Soluzione

Indichiamo con $\boldsymbol{m_P}$ e $\boldsymbol{m_Q}$ le magnitudini apparenti della Luna piena e al primo quarto e con $\boldsymbol{F_P}$ e $\boldsymbol{F_Q}$ i corrispondenti flussi, vale la relazione:

$$m_P - m_Q = -2.5 \log \frac{F_P}{F_Q}$$

Il flusso riflesso dalla Luna dipende unicamente dalla superficie visibile e quindi:

$$F_P = 2\, F_Q$$

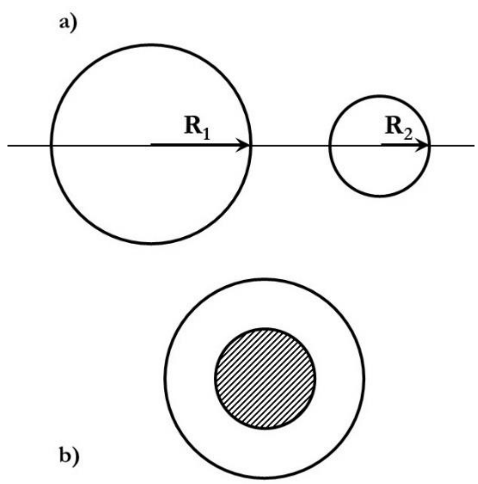
da cui ricaviamo:

$$m_P - m_Q = -2.5 \log 2 = -0.75$$

$$m_P = m_Q - 0.75 = -12.75$$

4. Un sistema binario a eclisse è formato da due stelle con la stessa temperatura della fotosfera. Il raggio della prima stella è pari a quello del Sole, il raggio della seconda stella è pari a metà di quello del Sole. Il piano orbitale del sistema è parallelo alla direzione di osservazione dalla Terra. Di quanto varia, al massimo, la magnitudine della binaria a eclisse quando la seconda stella transita davanti alla prima?

Soluzione



Detta **T** la temperatura della fotosfera delle due stelle e $\boldsymbol{R_1}$ e $\boldsymbol{R_2}$ i rispettivi raggi (con $R_1 = 2\, R_2$), le luminosità $\boldsymbol{L_1}$ e $\boldsymbol{L_2}$ valgono:

$$L_1 = 4\, \pi\, {R_1}^2\, \sigma\, T^4 \qquad L_2 = 4\, \pi\, {R_2}^2\, \sigma\, T^4$$

La luminosità $\boldsymbol{L_{TOT}}$ del sistema fuori eclisse (configurazione **a** nella figura a sinistra) è massima e vale:

$$L_{TOT} = L_1 + L_2 = 4\, \pi\, ({R_1}^2 + {R_2}^2)\, \sigma\, T^4$$

Per tutto il tempo dell'eclisse totale, in cui la seconda stella transitando risulta prospetticamente interamente "all'interno" della prima (configurazione **b** nella figura a sinistra), si avrà il minimo di luminosità del sistema $\boldsymbol{L_{Eclisse}}$ che vale:

$$L_{Eclisse} = 4\, \pi\, {R_1}^2\, \sigma\, T^4$$

Dette $\boldsymbol{m_{TOT}}$ la magnitudine del sistema nella configurazione **a** e $\boldsymbol{m_{Eclisse}}$ la magnitudine del sistema nella configurazione **b**, e ricordando che $R_1 = 2\, R_2$, la variazione di magnitudine $\boldsymbol{\Delta m}$ durante l'eclisse totale è data da:

$$\Delta m = m_{Eclisse} - m_{TOT} = -2.5 \log \frac{L_{Eclisse}}{L_{TOT}} = -2.5 \log \frac{{R_1}^2}{{R_1}^2 + {R_2}^2} = -2.5 \log \frac{4}{5} \simeq 0.24$$

Nota: poiché la temperatura della fotosfera delle due stelle è uguale, la stessa variazione di magnitudine si osserverà quando la seconda stella transita dietro la prima.

5. La magnitudine assoluta di una stella nella galassia di Andromeda, la cui distanza è di $2.25 \cdot 10^6$ anni luce, è -5.00. Calcolate la magnitudine apparente della stella e il modulo di distanza della galassia. Se questa stella esplodesse come supernova diventando 10^5 volte più luminosa, quali sarebbero la sua magnitudine apparente e quella assoluta?

Soluzione

In parsec la distanza **D** della galassia di Andromeda vale:

$$D = \frac{2.25 \cdot 10^6 \text{ anni luce}}{3.2616 \text{ anni luce/parsec}} \simeq 690 \cdot 10^3 \text{ parsec}$$

Dalla relazione che lega magnitudine assoluta **M** e apparente **m** della stella ricaviamo:

$$m = M - 5 + 5\log D \simeq -5.00 - 5 + 5\log\,(690 \cdot 10^3) \simeq 19.2$$

Si definisce modulo di distanza di un oggetto la differenza tra la magnitudine apparente e quella assoluta. Ovviamente il modulo di distanza della galassia **m – M** coincide con ottima approssimazione con quello della stella:

$$\mathrm{m} - \mathrm{M} = 19.2 + 5.00 = 24.2$$

Le differenze tra la magnitudine assoluta $\boldsymbol{M_s}$ e apparente $\boldsymbol{m_s}$ della supernova e della stella si ricavano dalla relazione:

$$\mathrm{M_S} - \mathrm{M} = \mathrm{m_S} - \mathrm{m} = -2.5\log\left(\frac{\mathrm{F_{supernova}}}{\mathrm{F_{stella}}}\right) = -2.5\log\,(10^5) = -12.5$$

e quindi:

$$M_S = M - 12.5 = -17.5 \qquad\qquad m_S = m - 12.5 = 6.7$$

6. L'ammasso globulare M3 ha un diametro di 180 anni luce e, visto dalla Terra, un diametro apparente di 18'.3. Calcolate la magnitudine apparente di una stella di tipo solare dell'ammasso. Poiché l'età di M3 è di circa $11.4 \cdot 10^9$ anni, pensate di poter osservare una stella di tipo solare nell'ammasso?

Soluzione

Noti il diametro vero dell'ammasso $\boldsymbol{d}$ e il suo diametro apparente $\boldsymbol{\alpha}$, la sua distanza $\boldsymbol{D}$ è data dalla relazione:

$$\mathrm{D} = \frac{\mathrm{d}}{\tan\alpha} = \frac{180 \text{ anni luce}}{\tan 0°.305} \simeq 33.8 \cdot 10^3 \text{ anni luce} \simeq 10.4 \cdot 10^3\, pc$$

Poiché la stella è uguale al Sole, dette $\boldsymbol{m}$ e $\boldsymbol{M}$ le sue magnitudini apparente e assoluta si ha:

$$m = M - 5 + 5\log D = 4.83 - 5 + 5\log\,(10.4 \cdot 10^3) \simeq 19.9$$

Tuttavia l'ammasso non può contenere una stella G2 V, che ha un tempo di permanenza sulla Sequenza Principale dell'ordine di $10 \cdot 10^9$ anni. Ciò a meno che il processo di formazione stellare non sia continuato fino a oltre 1.4 miliardi di anni dopo l'aggregazione dell'ammasso.

7. Una stella dista dal Sole 326.2 anni luce, ha magnitudine apparente 3.25 e temperatura della fotosfera di 3500 K. Calcolate:

1. la magnitudine assoluta della stella;
2. la sua luminosità in unità di luminosità solari;
3. il suo raggio in unità di raggi solari e in km, fornendo infine una stima del suo tipo spettrale.

Soluzione

1. Detta **d** la distanza in anni luce, la distanza **D** della stella in parsec vale:

$$D \simeq \frac{d}{3.2616\ \frac{anni\ luce}{parsec}} \simeq \frac{326.2\ anni\ luce}{3.2616\ \frac{anni\ luce}{parsec}} \simeq 100.0\ \mathrm{pc}$$

Detta $\boldsymbol{m_s}$ la magnitudine apparente, la magnitudine assoluta $\boldsymbol{M_s}$ della stella vale:

$$M_S = m_S + 5 - 5\log D \simeq 3.25 + 5 - 5\log 100.0 \simeq -1.75$$

2. Dette $\boldsymbol{L_s}$ la luminosità della stella e $\boldsymbol{L_\odot}$ e $\mathbf{M_\odot}$ la luminosità e la magnitudine assoluta del Sole vale la relazione:

$$\mathrm{M_\odot - M_S = -2.5\log\left(\frac{L_\odot}{L_S}\right)}$$

da cui ricaviamo:

$$\log\left(\frac{\mathrm{L_\odot}}{\mathrm{L_S}}\right) \simeq \frac{\mathrm{M_\odot - M_S}}{-2.5} \simeq \frac{4.83+1.75}{-2.5} \simeq -2.63$$

$$\frac{L_\odot}{L_S} \simeq 10^{-2.63} \qquad L_S \simeq \frac{L_\odot}{10^{-2.63}} \simeq 427 L_\odot$$

3. Detti $\mathbf{R_S}$ e $\mathbf{T_S}$ e $\mathbf{R_\odot}$ e $\mathbf{T_\odot}$ i raggi e le temperature della stella e del Sole, dalla legge di Stefan-Boltzmann si ha:

$$4\pi\, \mathrm{R_S}^2\, \sigma\, \mathrm{T_S}^4 = 427 \cdot 4\pi\, \mathrm{R_\odot}^2\, \sigma\, \mathrm{T_\odot}^4$$

e quindi:

$$\mathrm{R_S} = \mathrm{R_\odot}\sqrt{427\left(\frac{T_\odot}{\mathrm{T_S}}\right)^4} \simeq \mathrm{R_\odot}\sqrt{427\left(\frac{5778}{3500}\right)^4} \simeq 56.3\ \mathrm{R_\odot} \simeq 39.2 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$$

La stella è una “gigante rossa” di tipo spettrale K avanzato; il suo raggio è circa 0.68 volte il semiasse maggiore dell’orbita di Mercurio.

8. La galassia M32, un satellite della galassia di Andromeda, è formata da circa $250 \cdot 10^6$ stelle e ha magnitudine integrata pari a 9.0. Nell’ipotesi che le stelle di M32 siano tutte uguali, calcolate il valore della loro magnitudine apparente.

Soluzione

Detto $\boldsymbol{F_S}$ il flusso emesso da una stella della galassia e $\boldsymbol{N}$ il numero di stelle, la differenza tra la magnitudine apparente integrata della galassia $\boldsymbol{m_{TOT}}$ e quella $\boldsymbol{m}$ di una stella vale:

$$\mathrm{m_{TOT} - m = -2.5\log\frac{F_{TOT}}{F_S} = -2.5\log\frac{N \cdot F_S}{F_S}}$$

e quindi:

$$\mathrm{m = m_{TOT} + 2.5\log\frac{N \cdot F_S}{F_S} = 9.0 + 2.5\log\left(250 \cdot 10^6\right) \simeq 30}$$

9. Calcolare la luminosità del Sole (energia totale emessa al secondo), la quantità di energia solare che arriva su un’area unitaria alla distanza della Terra ogni secondo (costante solare), la quantità totale di energia solare che arriva su tutta la Terra ogni secondo e la quantità di energia riflessa al secondo dall’atmosfera terrestre.

Soluzione

Poiché il Sole può essere approssimato a un corpo nero, detti $\boldsymbol{R_\odot}$ il suo raggio e $\boldsymbol{T_\odot}$ la temperatura della fotosfera, la sua luminosità $\boldsymbol{L_\odot}$ vale:

$$\mathrm{L_\odot} = 4\pi\, \mathrm{R_\odot}^2\, \sigma\, \mathrm{T_\odot}^4 \simeq 4\pi \cdot 4.837 \cdot 10^{17}\ \mathrm{m^2} \cdot 5.670 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\ K^4}} \cdot 1.115 \cdot 10^{15}\ \mathrm{K^4}$$

$$L_{\odot} \simeq 3.841 \cdot 10^{26}\ W$$

Alla distanza ***a*** della Terra, questa energia è distribuita su un'area totale ***A*** pari a:

$$A = 4\, \pi\, a^2 \simeq 2.812 \cdot 10^{23}\ m^2$$

Quindi la quantità di energia ***K*** che arriva ogni secondo sull'unità di superficie (costante solare) è:

$$K = \frac{L_{\odot}}{A} \simeq \frac{3.841 \cdot 10^{26}\ W}{2.812 \cdot 10^{23}\ m^2} \simeq 1366\ \frac{W}{m^2}$$

L'energia totale che arriva sulla Terra ogni secondo $\boldsymbol{E_T}$ è pari alla costante solare per l'area proiettata $\boldsymbol{A_T}$ della Terra e, detto $\boldsymbol{R_T}$ il raggio della Terra, vale:

$$E_T = K \cdot A_T = K \cdot \pi\, {R_T}^2 \simeq 1366\ \frac{W}{m^2} \cdot 1.278 \cdot 10^{14}\ m^2 \simeq 1.746 \cdot 10^{17}\ W$$

Detta $\boldsymbol{a_T}$ l'albedo dell'atmosfera terrestre, la quantità $\boldsymbol{E_R}$ di energia riflessa ogni secondo è data da:

$$E_R = E_T \cdot a_T \simeq 1.746 \cdot 10^{17}\ W \cdot 0.434 \simeq 7.567 \cdot 10^{16}\ W$$

10. Una nebulosa planetaria si espande in modo isotropo (cioè alla stessa velocità in tutte le direzioni) con una velocità costante pari a 17.0 km/s. Dal febbraio 1972 al febbraio 2017 le dimensioni angolari $\boldsymbol{\alpha}$ del suo raggio sono aumentate da $\alpha_{1972} = 34''.0$ a $\alpha_{2017} = 40''.0$. Calcolate la distanza, in anni luce e in parsec, della nebulosa e il suo diametro lineare nel febbraio 2017 in km e in UA.

Soluzione

Il tempo **t** tra la prima e la seconda osservazione vale:

$$t = 45 \text{ anni} \simeq 45 \cdot 365.256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \simeq 1.42 \cdot 10^9\ s$$

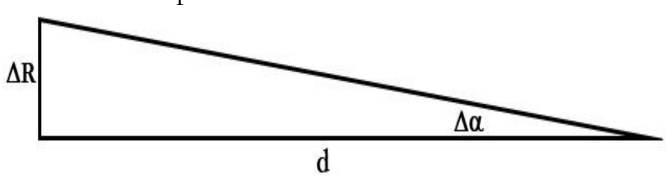
Poiché l'espansione è isotropa e con velocità $\boldsymbol{v}$ costante, l'aumento $\boldsymbol{\Delta R}$ del raggio della nebulosa planetaria è stato di:

$$\Delta R = v \cdot t \simeq 17.0\ \frac{km}{s} \cdot 1.42 \cdot 10^9\ s \simeq 2.41 \cdot 10^{10}\ km$$

Nello stesso tempo l'aumento di dimensioni angolari $\boldsymbol{\Delta\alpha}$ è stato di:

$$\Delta\alpha = \alpha_{2017} - \alpha_{1972} \simeq 40''.0 - 34''.0 \simeq 6''.0 \simeq 1^{\circ}.7 \cdot 10^{-3}$$

La distanza **d** per cui a una variazione lineare **ΔR** corrisponde una variazione angolare **Δα** è:



$$d = \frac{\Delta R}{\tan \Delta\alpha} \simeq \frac{2.41 \cdot 10^{10}\ km}{\tan 1^{\circ}.7 \cdot 10^{-3}}$$

$$d \simeq 8.0 \cdot 10^{14}\ km \simeq 85\ a.l. \simeq 26\ parsec$$

Poiché le dimensioni angolari del raggio della nebulosa nel 2017 valevano:

$$\alpha_{2017} = 40''.0 \simeq 1^{\circ}.11 \cdot 10^{-2}$$

nota la distanza della nebulosa ne ricaviamo il diametro **D** nel 2017 dalla relazione:

$$D_{2017} = 2 \cdot d \cdot \tan\alpha \simeq 2 \cdot 8.0 \cdot 10^{14}\ km \cdot \tan 1^{\circ}.11 \cdot 10^{-2} \simeq 3.1 \cdot 10^{11}\ km \simeq 2.1 \cdot 10^3\ UA$$

11. La Luna si allontana dalla Terra a una velocità di circa 3.8 cm/anno. Tra quanto tempo non sarà più possibile osservare dalla Terra eclissi totali di Sole?

Soluzione

Le eclissi totali di Sole non avranno più luogo quando da un qualsiasi punto sulla superficie della Terra il diametro apparente della Luna al perigeo sarà minore del diametro apparente del Sole all'afelio $\mathbf{D_{\odot A}}$. Detta $\mathbf{d_{TA}}$ la distanza della Terra all'afelio e $\mathbf{R_{\odot}}$ il raggio del Sole, il diametro angolare del Sole all'afelio vale:

$$D_{\odot A} = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_\odot}{d_{TA}}\right) \simeq 2 \cdot sin^{-1}\left(\frac{6.955 \cdot 10^5\ km}{152.1 \cdot 10^6\ km}\right) \simeq 0°.5240 \simeq 31'.44$$

Detto $\mathbf{R_L}$ il raggio della Luna, la distanza di fine eclissi $\mathbf{d_{FE}}$ è quella dalla quale il disco lunare sottende un angolo pari a $\boldsymbol{D_{\odot A}}$ ed è data da:

$$\mathrm{d_{FE}} = \frac{2\ \mathrm{R_{Luna}}}{\sin \boldsymbol{D_{\odot A}}} \simeq \frac{3476\ \mathrm{km}}{\sin 0°.5240} \simeq 380.1 \cdot 10^3\ \mathrm{km}$$

Detti $\mathbf{a_L}$ ed $\mathbf{e_L}$ il semiasse maggiore e l'eccentricità dell'orbita lunare, la distanza attuale del centro della Luna al perigeo $\mathbf{d_{LP}}$ dal centro della Terra vale:

$$\mathrm{d_{LP}} = \mathrm{a_L}\,(1 - \mathrm{e_L}) \simeq 363.3 \cdot 10^3\ \mathrm{km}$$

Detto $\mathbf{R_T}$ il raggio della Terra, la distanza minima di un punto sulla superficie della Terra dal centro della Luna $\mathbf{d_{TP}}$ si ha quando la Luna è al perigeo ed è vista allo zenith (circostanza che può verificarsi solo per la fascia di latitudini tra circa +28° e -28°) e attualmente vale:

$$d_{TP} = d_{LP} - R_T \simeq 356.9 \cdot 10^3\ \mathrm{km}$$

Quindi il tempo **T** necessario affinché la distanza della Luna al perigeo diventi uguale a $\mathbf{d_{FE}}$ è dato da:

$$\mathrm{T} = \frac{\mathrm{d_{FE}} - \mathrm{d_{TP}}}{\mathrm{V_a}} \simeq \frac{380.1 \cdot 10^8\mathrm{cm} - 356.9 \cdot 10^8\ \mathrm{cm}}{3.8\ \frac{cm}{anno}} \simeq 6.1 \cdot 10^8\ \mathrm{anni}$$

Nota.
Nella soluzione si assume che la velocità di allontanamento, le eccentricità dell'orbita lunare e dell'orbita della Terra e il raggio del Sole rimangano costanti. Anche considerando le loro variazioni, si stima comunque un tempo di fine eclissi simile a quello calcolato.

12. La stella ε Eri si trova a 10.5 anni luce dal Sole e intorno a essa ruota un pianeta, ε Eri b, che percorre un'orbita circolare il cui raggio vale 3.39 UA e il cui piano risulta perpendicolare alla direzione di osservazione. Calcolate la parallasse annua di ε Eri osservata dalla Terra, la parallasse annua del Sole osservato da ε Eri b e a quanto corrisponde un pc misurato da ε Eri b.

Soluzione
La parallasse annua, in secondi d'arco, è pari all'inverso della distanza in parsec. Dalla Terra 1 parsec è pari a circa 3.2616 anni luce. Quindi, detta $\boldsymbol{d}$ la distanza dal Sole in anni luce, ε Eri si trova a una distanza $\boldsymbol{D_{\varepsilon-Eri}}$ in parsec:

$$\mathrm{D_{\varepsilon-Eri}} = \frac{\mathrm{d}}{3.2616} \simeq \frac{10.5\ \text{anni luce}}{3.2616\ \text{anni}\frac{\text{luce}}{\text{parsec}}} \simeq 3.22\ \text{parsec} \simeq 664 \cdot 10^3\ UA$$

e quindi la sua parallasse $\boldsymbol{\pi_{\varepsilon-Eri}}$ vale:

$$\pi_{\varepsilon-\mathrm{Eri}} = \frac{1}{3.22\ parsec} \simeq 0''.311$$

Per calcolare la parallasse del Sole visto da ε Eri b, dobbiamo considerare che il suo valore dipende dalle dimensioni della "base", ovvero dal semiasse maggiore dell'orbita. Tanto maggiore è la base, tanto maggiore, a parità di distanza di una stella, sarà la sua parallasse. Detto $\boldsymbol{\pi_\odot}$ l'angolo di parallasse del Sole visto da ε Eri b e $\mathbf{a_{\varepsilon-Eri\,b}}$ il raggio dell'orbita di ε Eri b avremo:

$$\pi_\odot = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{a_{\varepsilon-Eri\,b}}}{\mathrm{D_{\varepsilon-Eri}}}\right) \simeq \tan^{-1}\left(\frac{3.39\ UA}{664 \cdot 10^3\ UA}\right) \simeq 2°.93 \cdot 10^{-4} \simeq 1''.05$$

Si noti che questo valore corrisponde a 3.39 volte la parallasse misurata dalla Terra per ε Eri, ovvero al rapporto tra il semiasse maggiore dell'orbita di ε Eri b e quello della Terra. La conversione tra parsec definiti con osservazioni dalla Terra e da ε Eri b segue la stessa correzione, quindi:

$$1 \text{ parsec di } \varepsilon \text{ Eri b } \simeq 3.39 \text{ parsec terrestri}$$

13. Osservate Marte in "Grande Opposizione" con un telescopio riflettore f/8 con apertura 40.0 cm. Quanto valgono il diametro angolare apparente di Marte e le sue dimensioni lineari sul piano focale del telescopio?

Soluzione.
La caratteristica $\boldsymbol{f/n}$ di un telescopio indica che la focale $\boldsymbol{F}$ del telescopio è $\boldsymbol{n}$ volte maggiore dell'apertura $\boldsymbol{D}$, quindi per il telescopio utilizzato sarà:

$$F = D \cdot n = 40.0 \text{ cm} \cdot 8 = 320 \text{ cm} = 3.20 \text{ m}$$

Una "Grande Opposizione" è un'opposizione in cui la Terra si trova in prossimità dell'afelio e contemporaneamente Marte si trova in prossimità del perielio. Dette $\boldsymbol{D_{TA}}$ e $\boldsymbol{D_{MP}}$ le distanze dal Sole della Terra all'afelio e di Marte al perielio e $\boldsymbol{a_T}$, $\boldsymbol{e_T}$, $\boldsymbol{a_M}$ ed $\boldsymbol{e_M}$ i semiassi maggiori e le eccentricità delle orbite della Terra e di Marte, per la distanza $\boldsymbol{D_{TM-GO}}$ Terra-Marte in una Grande Opposizione otteniamo:

$$D_{TM-GO} = D_{MP} - D_{TA} = a_M (1 - e_M) - a_T (1 + e_T)$$

$$D_{TM-GO} \simeq 227.9 \cdot 10^6 \text{ km} \cdot (1 - 0.09337) - 149.6 \cdot 10^6 \text{ km} \cdot (1 + 0.01673) \simeq 5.452 \cdot 10^7 \text{ km}$$

A questa distanza, detto $\boldsymbol{R_M}$ il suo raggio, il diametro apparente di Marte $\boldsymbol{\alpha}$ sarà dato dalla relazione:

$$\alpha = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_{Marte}}{D_{TM-GO}}\right) \simeq 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{3397 \text{ km}}{5.452 \cdot 10^7}\right) \simeq 7°.140 \cdot 10^{-3} \simeq 25''.70$$

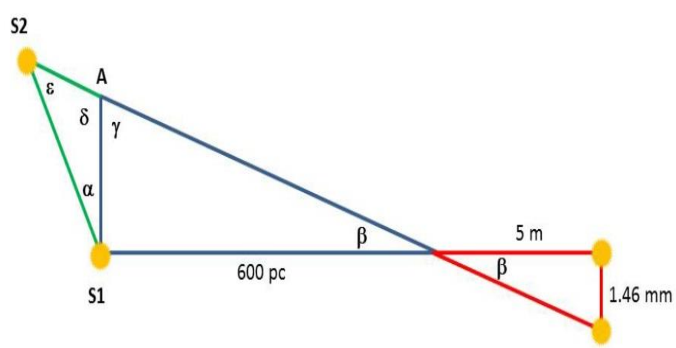
Le sue dimensioni lineari **d** sul piano focale del telescopio saranno:

$$d = F \cdot \tan\alpha \simeq 320 \text{ cm} \cdot \tan(7°.140 \cdot 10^{-3}) \simeq 0.40 \text{ mm}$$

Nota: la circostanza descritta nella soluzione richiede l'allineamento tra le linee degli apsidi dei due pianeti. Attualmente le linee degli apsidi di Marte e della Terra formano un angolo di circa 24° e quindi non si può avere una opposizione di Marte con la Terra all'afelio e Marte contemporaneamente al perielio. Tuttavia, poiché le linee degli apsidi precedono con periodi diversi, la situazione descritta nel problema potrà verificarsi in futuro.

14. Sul piano focale di un telescopio con focale di 500 cm, le due componenti di una binaria visuale distano tra di loro 1.46 mm. Sappiamo che una delle due stelle dista dal Sole 600 pc e che il piano orbitale della binaria forma un angolo di 30° (con la seconda stella a distanza maggiore della prima) con la perpendicolare alla direzione di osservazione. Calcolare la distanza tra le due stelle della binaria.

Soluzione



La configurazione descritta nel problema è rappresentata nella figura (non in scala) qui a sinistra, dove le due stelle sono indicate con **S1** e **S2**. Detta **F** la focale del telescopio e **d** la distanza delle due stelle sul piano focale, la distanza angolare $\boldsymbol{\beta}$ osservata è data dalla relazione:

$$\boldsymbol{\beta} = \text{arctg}\,\frac{d}{F} \simeq arctg\,\frac{1.46 \text{ mm}}{5000 \text{ mm}} \simeq$$
$$\simeq 1°.67 \cdot 10^{-2} \simeq 60''.2$$

Detta **D** la distanza della stella S1, la distanza S1-A vale:

$$S1 - A = D \cdot \tan\beta \simeq$$
$$\simeq 600 \text{ pc} \cdot \tan(1°.67 \cdot 10^{-2}) \simeq 600\, pc \cdot 2.92 \cdot 10^{-4} \simeq 0.175\, pc \simeq 5.41 \cdot 10^{12}\, km$$

Per ricavare la distanza S1-S2, il triangolo S1-S2-A si può risolvere con il teorema dei seni, ma essendo:

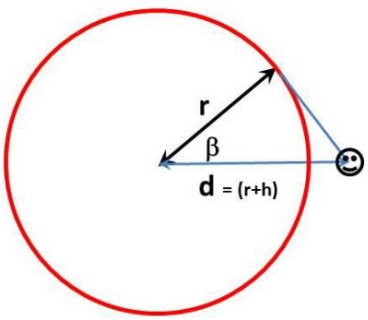
$$\delta = 180° - \gamma = 180° - 180° + 90° + \beta \simeq 90°\,1'$$

possiamo approssimarlo a un triangolo rettangolo (il disegno non è in scala) per cui:

$$S1 - S2 = \frac{S1 - A}{\cos\alpha} \simeq \frac{5.41 \cdot 10^{12}\,km}{\cos 30°} \simeq 6.25 \cdot 10^{12}\,km \simeq 4.17 \cdot 10^{4}\,UA$$

15. La Stazione Spaziale Internazionale orbita a un'altezza sulla superficie della Terra di 412 km. Quanto distano, lungo la superficie della Terra, i due punti più lontani che è possibile osservare simultaneamente in ogni istante dalla ISS? Si trascurino gli effetti dell'atmosfera.

Soluzione



Con riferimento alla figura a sinistra, ricaviamo l'angolo limite di visibilità $\boldsymbol{\beta}$ di un corpo esteso per un osservatore posto a una distanza dello stesso ordine di grandezza delle dimensioni del corpo.
Detto $\boldsymbol{r}$ il raggio della Terra e $\boldsymbol{h}$ l'altezza della ISS, per la distanza $\boldsymbol{d}$ della ISS dal centro della Terra e per l'angolo $\boldsymbol{\beta}$ si ha:

$$d = r + h = 6378\,km + 412\,km = 6790\,km$$

$$\beta = arcos\left(\frac{r}{d}\right) \simeq arcos\left(\frac{6378\,km}{6790\,km}\right) \simeq 20°.06$$

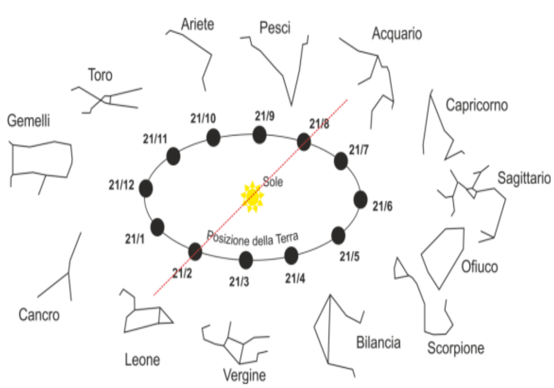
Dalla ISS sarà quindi possibile osservare un arco di meridiano $\boldsymbol{A}$ che sottende un angolo $\boldsymbol{2\beta}$ e poiché vale la proporzione:

$$360° : 2\beta = 2\,\pi\,r : A$$

ricaviamo:

$$A = \frac{4\,\pi\,r\,\beta}{360°} \simeq \frac{4\,\pi \cdot 6378\,km \cdot 20°.06}{360°} \simeq 4466\,km$$

16.



La figura a sinistra rappresenta la posizione della Terra, durante il suo moto di rivoluzione attorno al Sole il 21 di ogni mese, rispetto alle costellazioni dello zodiaco.
Se oggi è il 21 febbraio (21/2):

a) In quale costellazione dello zodiaco vediamo il Sole?
b) Quale costellazione dello zodiaco passerà al meridiano in direzione sud a mezzanotte?
c) Quale costellazione dello zodiaco si troverà questa sera più prossima all'orizzonte a ovest appena dopo il tramonto del Sole?

Soluzione

Tracciamo la retta (visibile in rosso) passante per la posizione della Terra il 21 febbraio e per il Sole.

a) Il 21 febbraio vedremo il Sole proiettato nella costellazione dell'Acquario.
b) Il Sole passa al meridiano in direzione sud a mezzogiorno, quindi a mezzanotte passa al meridiano in direzione sud la costellazione dello zodiaco opposta rispetto a quella in cui si trova il Sole, ovvero, nella data del 21 febbraio, il Leone.
c) A causa della rotazione della Terra se a un certo istante una costellazione dello zodiaco tramonta a ovest, quella che tramonterà subito dopo sarà quella collocata immediatamente a est rispetto a essa. Poiché il 21 febbraio il Sole si trova nell'Acquario, appena dopo il tramonto verso l'orizzonte in direzione ovest troveremo i Pesci.