Campionati Italiani di Astronomia 2023
Corso di preparazione alla Finale Nazionale
Categoria Junior 1 - Lezione 2

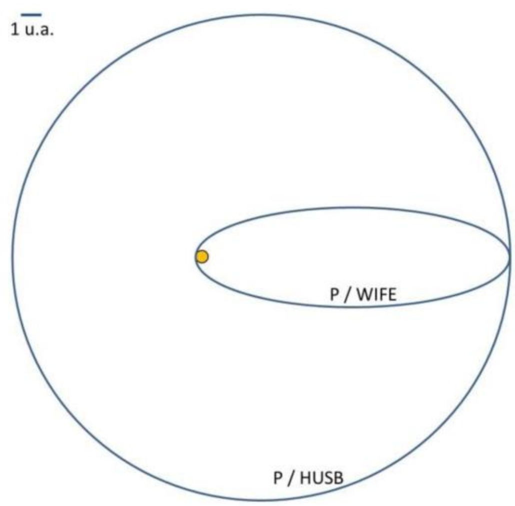
1. Disegnare sullo stesso grafico le orbite delle comete P/HUSB (e = 0.230) e P/WIFE (e = 0.950) che hanno la stessa linea degli apsidi e distanza all'afelio di 15.02 UA. Sapendo che il 7 aprile 2016 le due comete si trovavano entrambe al perielio, quale sarà, all'incirca, la loro configurazione a fine agosto 2037?

Soluzione
Dette $\boldsymbol{D_P}$ e $\boldsymbol{D_A}$ le distanze al perielio e all'afelio in UA, $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ le lunghezze dei semiassi in UA e $\boldsymbol{T}$ il periodo di rivoluzione in anni, dalle relazioni:

$$D_P = D_a \frac{1-e}{1+e} \qquad a = \frac{D_a + D_P}{2} \qquad b = a\sqrt{1-e^2} \qquad T = \sqrt{a^3}$$

otteniamo per le due comete i valori riportati nella seguente tabella:

Nome	D_A	D_P	a	b	e	T
P/HUSB	15.02	9.40	12.2	11.9	0.230	42.6
P/WIFE	15.02	0.385	7.70	2.40	0.950	21.4



Sapendo che le due comete hanno la stessa linea degli apsidi, otteniamo infine il grafico a sinistra, con entrambe le comete al perielio il 7 aprile 2016.

A fine agosto 2037 saranno trascorsi circa 21.4 anni (21 anni + 4.8 mesi), un tempo pari a quello di rivoluzione di P/WIFE e pari a circa la metà di quello di rivoluzione di P/HUSB. Quindi la cometa P/WIFE sarà nuovamente nei pressi del perielio, mentre P/HUSB si troverà nei pressi dell'afelio.

2. Due comete hanno i seguenti parametri orbitali.
Cometa 1: periodo orbitale 0.1543 anni, eccentricità dell'orbita 0.9842.
Cometa 2: periodo orbitale 0.2542 anni, eccentricità dell'orbita 0.9833.
Quale delle due comete ha un'orbita stabile intorno al Sole?

Soluzione
Dai periodi orbitali $\boldsymbol{T_1}$ e $\boldsymbol{T_2}$ ricaviamo i semiassi maggiori $\boldsymbol{a_1}$ e $\boldsymbol{a_2}$ delle due orbite:

$$a_1 = \sqrt[3]{{T_1}^2} = \sqrt[3]{2.381 \cdot 10^{-2}\ \text{anni}} \simeq 0.2877\ \text{UA} \simeq 4.304 \cdot 10^7\ \text{km}$$

$$a_2 = \sqrt[3]{{T_2}^2} = \sqrt[3]{6.462 \cdot 10^{-2}\ \text{anni}} \simeq 0.4013\ \text{UA} \simeq 6.003 \cdot 10^7\ \text{km}$$

Possiamo adesso ricavare la distanza al perielio $\boldsymbol{D_{P1}}$ e $\boldsymbol{D_{P2}}$ delle due comete:

$$D_{P1} = a_1\,(1 - e_1) = 4.304 \cdot 10^7\ \text{km} \cdot 0.0158 \simeq 6.80 \cdot 10^5\ \text{km}$$

$$D_{P2} = a_2\,(1 - e_2) = 6.003 \cdot 10^7\ \text{km} \cdot 0.0167 \simeq 1.00 \cdot 10^6\ \text{km}$$

Detto $\boldsymbol{R_\odot}$ il raggio del Sole, notiamo che il perielio della prima cometa si trova all'interno del Sole:

$$D_{P1} < R_\odot \simeq 6.955 \cdot 10^5\ \text{km}$$

Quindi la prima cometa potrebbe effettuare al più un passaggio al perielio, finendo però per cadere all'interno del Sole.

3. Supponete di comprimere radialmente, mantenendo invariata la loro massa, il Sole e la Terra. A partire da quali dimensioni (Raggio di Schwarzschild) diventerebbero dei buchi neri?

Soluzione

Per un corpo di massa $\boldsymbol{M}$ si definisce "Raggio di Schwarzschild" (o "raggio dell'orizzonte degli eventi") $\mathbf{R_S}$ la distanza dal centro del corpo alla quale la velocità di fuga (o seconda velocità cosmica) $\mathbf{v_f}$ è pari a quella della luce:

$$\mathrm{v_f} = \mathrm{c} = \sqrt{\frac{2\,\mathrm{G\,M}}{\mathrm{R_S}}} \qquad \text{da cui si ricava:} \quad R_s = \frac{2\,G\,M}{c^2}$$

Dette $\boldsymbol{M_\odot}$ e $\boldsymbol{M_T}$ le masse del Sole e della Terra, i due raggi di Schwarzschild $\boldsymbol{R_{S\odot}}$ e $\boldsymbol{R_{ST}}$ valgono:

$$R_{S\odot} = \frac{2\,G\,\boldsymbol{M_\odot}}{c^2} \simeq \frac{2 \cdot 6.674 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2} \cdot 1.989 \cdot 10^{30}\,kg}{8.988 \cdot 10^{16}\,\frac{m^2}{s^2}} \simeq 2.954 \cdot 10^3\,m$$

$$R_{ST} = \frac{2\,G\,\boldsymbol{M_T}}{c^2} \simeq \frac{2 \cdot 6.674 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2} \cdot 5.972 \cdot 10^{24}\,kg}{8.988 \cdot 10^{16}\,\frac{m^2}{s^2}} \simeq 8.869 \cdot 10^{-3}\,m$$

4. Nel 1968, l'Apollo 8 è stata la prima missione della NASA con equipaggio umano a entrare in orbita lunare, dove rimase esattamente per 20 ore, compiendo 10 orbite circolari complete prima di rientrare a Terra. Calcolate la distanza dalla superficie lunare della navicella Apollo 8 durante le orbite e la sua velocità.

Soluzione.

Detto **n** il numero di orbite e **T** il tempo totale trascorso in orbita, il periodo orbitale **P** valeva:

$$P = \frac{T}{n} = \frac{20\,h}{10} = 2h = 7200\,s$$

Detta **M** la massa della Luna, dalla III legge di Keplero il raggio **a** dell'orbita valeva:

$$\mathrm{a} = \sqrt[3]{\frac{\mathrm{G\,M\,P^2}}{4\,\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.674 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2} \cdot 7.346 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg} \cdot 5.184 \cdot 10^7\,s^2}{39.44}} \simeq \sqrt[3]{6.444 \cdot 10^{18}} \simeq 1.861 \cdot 10^6\,m$$

Questo valore è la distanza dell'Apollo 8 dal centro della Luna, quindi detto **R** il raggio della Luna, l'altezza **h** dal suolo lunare era:

$$h = a - R \simeq 1861\,km - 1738\,km = 123\,km$$

Per calcolare la velocità orbitale $\boldsymbol{v}$, detta $\boldsymbol{L}$ la lunghezza di un'orbita dell'Apollo 8, si ha:

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{T}} = \frac{2\,\pi\,\mathrm{a}}{\mathrm{T}} \simeq \frac{2\,\pi \cdot 1861\,\mathrm{km}}{7200\,\mathrm{s}} \simeq 1.624\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} = 1624\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

In alternativa possiamo considerare che $\boldsymbol{v}$ equivale alla prima velocità cosmica:

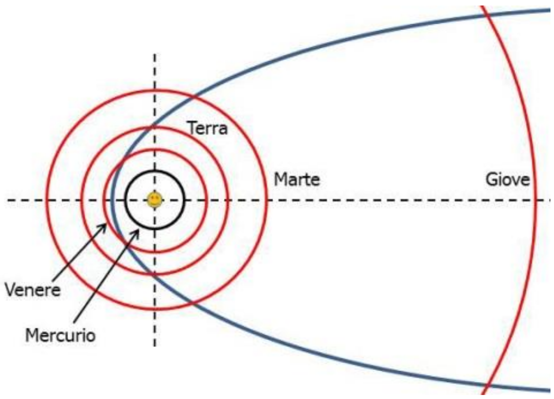
$$v = \sqrt{\frac{GM}{a}} = \sqrt{\frac{6.674 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2} \cdot 7.346 \cdot 10^{22}\,kg}{1.861 \cdot 10^6\,m}} \simeq 1.623\,\frac{km}{s}$$

Nota.

I due valori ottenuti per la velocità sono del tutto equivalenti considerando la precisione dei dati.

5. L'orbita di un asteroide ha semiasse maggiore di 7.143 UA e semiasse minore di 2.635 UA. Calcolate l'eccentricità dell'orbita e la distanza dell'asteroide dal Sole al perielio e all'afelio. Supponendo che l'asteroide orbiti in prossimità del piano dell'eclittica, quali sono i pianeti con cui potrebbe entrare in collisione? Questo asteroide fa parte della "Fascia principale degli Asteroidi"? Includete nella soluzione uno o più disegni, possibilmente in scala, con le orbite dei pianeti e dell'asteroide.

Soluzione



Dalle dimensioni dei semiassi maggiore **a** e minore **b** ricaviamo l'eccentricità ***e***:

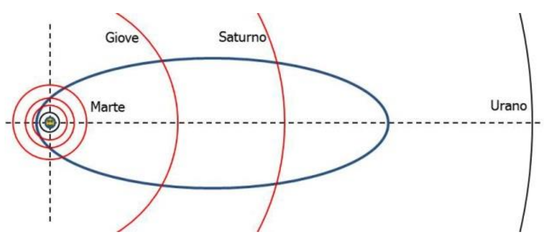
$$e = \sqrt{1-\left(\frac{b^2}{a^2}\right)} = \sqrt{1-\left(\frac{6.943}{51.02}\right)} = 0.9295$$

Le distanze dal Sole al perielio $\boldsymbol{d_P}$ e all'afelio $\boldsymbol{d_A}$ valgono:

$$d_P = a\,(1-e) \simeq 0.5036\ \text{UA}$$

$$d_A = a\,(1+e) \simeq 13.78\ \text{UA}$$

La distanza dei pianeti dal Sole in UA è circa: Mercurio = 0.4, Venere = 0.7, Terra = 1, Marte = 1.5, Giove = 5.2, Saturno = 9.5, Urano = 19.6, Nettuno = 30



L'asteroide potrebbe incrociare le orbite dei pianeti con distanza ***D*** dal Sole compresa nell'intervallo:

$$0.5036 < D < 13.78$$

cioè Venere, Terra, Marte, Giove e Saturno. La "Fascia principale degli Asteroidi" è compresa tra le orbite di Marte e di Giove, l'asteroide non ne fa parte.

6. Nel 1986 la cometa di Halley è passata al perielio a una distanza dal Sole pari a: $8.921 \cdot 10^{10}$ m. Sapendo che il periodo attuale della cometa è di 76.01 anni, calcolate:

1. quanto vale la sua distanza dal Sole all'afelio;
2. quanto varrebbe, a parità di distanza al perielio e periodo, la distanza all'afelio se la Halley orbitasse attorno a una stella con massa pari a metà di quella del Sole.

Soluzione.

Detto **T** il periodo, il semiasse maggiore $\mathbf{a_c}$ dell'orbita della Halley vale attualmente:

$$a_c = \sqrt[3]{T^2} \simeq \sqrt[3]{5778} \simeq 17.94\ \text{UA} \simeq 2.684 \cdot 10^9\ km$$

Dette D_P e D_A le distanze della Halley al perielio e all'afelio, vale la relazione:

$$D_P + D_A = 2\,a_c$$

da cui ricaviamo:

$$D_A = 2\,a_c - D_P \simeq 2 \cdot 2.684 \cdot 10^9\ km - 8.921 \cdot 10^7\ km \simeq 5.279 \cdot 10^9\ km \simeq 35.29\ UA$$

Nel caso che la Halley orbitasse attorno a una stella con massa **M** pari alla metà di quella del Sole, il corrispondente semiasse maggiore $\mathbf{a_{c-M}}$ dell'orbita della Halley varrebbe:

$$a_{c-M} = \sqrt[3]{\frac{G\,M\,T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.674 \cdot 10^{-11}\,\dfrac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot 0.9945 \cdot 10^{30}\,kg \cdot 5.754 \cdot 10^{18}\,s}{39.48}} \simeq 2.131 \cdot 10^{12}\ m$$

e quindi detta D_{A-M} la nuova distanza al perielio avremmo:

$$D_{A-M} = 2\, a_{c-M} - D_P \simeq 2 \cdot 2.131 \cdot 10^9\, km - 8.921 \cdot 10^7\, km \simeq 4.173 \cdot 10^9\, km$$

7. Una cometa descrive un'orbita ellittica con eccentricità di 0.921 e distanza dal Sole al perielio di 0.451 UA. Quanto tempo impiega per percorrere ognuna delle due semi-orbite separate dall'asse minore dell'ellisse?

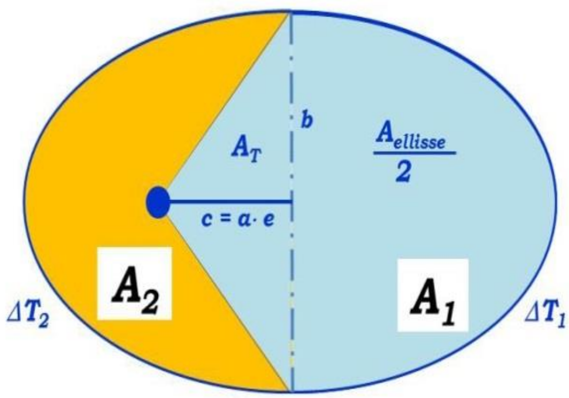
Soluzione

Detta $\boldsymbol{d_P}$ la distanza al perielio ed $\boldsymbol{e}$ l'eccentricità dell'orbita, i semiassi $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ valgono:

$$a = \frac{d_P}{(1-e)} \simeq \frac{0.451}{0.079} \simeq 5.71 \text{ UA} \qquad\qquad b = a\sqrt{1 - e^2} \simeq 5.71 \cdot 0.390 \simeq 2.23 \text{ UA}$$

Il periodo orbitale **T** in anni vale:

$$T = \sqrt{a^3} \simeq \sqrt{186} \simeq 13.6 \text{ anni}$$



Rappresentazione non in scala

L'area totale $\boldsymbol{A_{ellisse}}$ dell'orbita è data dalla relazione:

$$A_{ellisse} = \pi\, a\, b \simeq 40.0 \text{ UA}^2$$

La distanza $\boldsymbol{c}$ del fuoco che contiene il Sole dal centro dell'orbita della cometa vale:

$$c = a \cdot e \simeq 5.71 \text{ UA} \cdot 0.921 \simeq 5.26 \text{ UA}$$

L'area delle due semi-orbite è:

$$A_1 = \frac{A_{ellisse}}{2} + c \cdot b \simeq 31.7 \text{ UA}^2$$

$$A_2 = \frac{A_{ellisse}}{2} - c \cdot b \simeq 8.3 \text{ UA}^2$$

Detta $\boldsymbol{\Delta T_n}$ una qualsiasi frazione del periodo orbitale e $\boldsymbol{A_n}$ l'area spazzata dal raggio vettore nell'intervallo $\boldsymbol{\Delta T_n}$, dalla II legge di Keplero sappiamo che:

$$\Delta T_n : A_n = T : A_{ellisse}$$

da cui, detti $\boldsymbol{\Delta T_1}$ e $\boldsymbol{\Delta T_2}$ i tempi impiegati per percorrere le due semi-orbite, si ricava:

$$\Delta T_1 = \frac{A_1 \cdot T}{A_{ellisse}} \simeq \frac{31.7 \text{ UA}^2 \cdot 13.6 \text{ anni}}{40.0 \text{ UA}^2} \simeq 10.8 \text{ anni}$$

$$\Delta T_2 = \frac{A_2 \cdot T}{A_{ellisse}} \simeq \frac{8.3 \text{ UA}^2 \cdot 13.6 \text{ anni}}{40.0 \text{ UA}^2} \simeq 2.8 \text{ anni}$$

8. Il Sistema solare si muove in direzione di un punto nella costellazione di Ercole, alla velocità di 19.5 km/s. Quale distanza, in km e in Unità Astronomiche, percorre in un anno?

Soluzione

Detta **D** la distanza percorsa alla velocità **v** e **T** il tempo, avremo in modulo:

$$D = v \cdot T \simeq 19.5\, \frac{km}{s} \cdot 365.256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \simeq 6.15 \cdot 10^8\, km$$

Questa distanza in Unità Astronomiche D_{UA} vale:

$$D_{UA} = \frac{D}{UA} \simeq \frac{6.15 \cdot 10^8\, km}{149.6 \cdot 10^6\, km} \simeq 4.11\, UA$$

9. Calcolate il modulo della velocità di rotazione del pianeta Venere all'equatore.

Soluzione.
Detto **R** il raggio di Venere e **T** il suo periodo di rotazione, il modulo della velocità **v** di rotazione all'equatore si ottiene dalla relazione:

$$v = \frac{2\,\pi\,R}{T}$$

Venere (unico caso nel Sistema Solare insieme a Urano) ha una rotazione retrograda (cioè da ovest verso est), per cui il periodo viene indicato con segno negativo.
Avremo quindi:

$$v = \frac{2\,\pi\,R}{T} \simeq \frac{2\,\pi\ \cdot\ 6052\ km}{-20998\ \cdot\ 10^3\ s} \simeq -1.811\ \cdot\ 10^{-3}\frac{km}{s} = -1.811\ \frac{m}{s}$$

10.

Vi trovate sulla Luna al centro della faccia visibile dalla Terra come indicato nella figura a destra. Sapendo che il periodo sinodico della Luna vale in media 29.5 giorni, calcolate:

1. ogni quanto tempo vedrete sorgere il Sole;
2. che fase avrà la Luna vista dalla Terra quando per voi sorge il Sole;
3. ogni quanto tempo vedrete sorgere la Terra.

Soluzione

1. Il giorno lunare corrisponde all'intervallo tra due sorgere consecutivi del Sole da un qualsiasi punto della Luna, dovuto alla rotazione della Luna su sé stessa. Ma a causa della cosiddetta "rotazione sincrona" della Luna, lo stesso periodo è anche il tempo che occorre alla Luna per compiere un'orbita completa intorno alla Terra e poi tornare alla stessa fase lunare, ovvero il periodo tra una Luna Nuova e la successiva vista dalla Terra (periodo sinodico). Per questo motivo, anche dalla vostra posizione vedrete sorgere il Sole in media ogni 29.5 giorni;
2. quando il Sole sorge da un punto al centro di quella che dalla Terra è la faccia visibile della Luna, la fase lunare vista dalla Terra sarà di "primo quarto";
3. sempre a causa della rotazione sincrona della Luna, la Terra apparirà quasi immobile, a parte piccoli effetti dovuti alle librazioni, nel cielo della Luna in prossimità del meridiano e quindi non la vedete mai sorgere o tramontare.

11. Supponete di osservare la Luna Piena al meridiano. La luce che ricevete è stata emessa dal Sole e riflessa dalla superficie della Luna. Quanto vale il tempo massimo e minimo che la luce impiega per percorrere il tragitto Sole - Luna Piena - Terra? Trascurate gli effetti dovuti all'inclinazione dell'orbita della Luna rispetto all'eclittica e alle dimensioni dei corpi.

Soluzione.
Poiché le orbite non sono circolari, il tempo minimo $\boldsymbol{T_{MIN}}$ si avrà con la Terra al perielio e la Luna Piena al perigeo, mentre il tempo massimo $\boldsymbol{T_{MAX}}$ si avrà con la Terra all'afelio e la Luna all'apogeo. Indichiamo con $\boldsymbol{a_T}$, $\boldsymbol{e_T}$, $\boldsymbol{a_L}$ ed $\boldsymbol{e_L}$ il semiasse maggiore e l'eccentricità delle orbite della Terra e della Luna. Dette $\boldsymbol{D_{T\odot-A}}$ e $\boldsymbol{D_{T\odot-P}}$ le distanze della Terra dal Sole all'afelio e al perielio, e $\boldsymbol{D_{LT-A}}$ e $\boldsymbol{D_{LT-P}}$ le distanze della Luna dalla Terra all'apogeo e al perigeo, si ha:

$$D_{T\odot-A} = a_T\,(1 + e_T) \simeq 149.6\ \cdot\ 10^6\ km\ \cdot 1.01673 \simeq 152.1\ \cdot 10^6\ km$$

$$D_{T\odot-P} = a_T\,(1 - e_T) \simeq 149.6\ \cdot\ 10^6\ km\ \cdot 0.9833 \simeq 147.1\ \cdot 10^6\ km$$

$$D_{LT-A} = a_L\,(1 + e_L) \simeq 384.4\ \cdot\ 10^3\ km\ \cdot 1.05490 \simeq 405.5\ \cdot 10^3\ km$$

$$D_{LT-P} = a_L\,(1 - e_L) \simeq 384.4\ \cdot\ 10^3\ km\ \cdot 0.9451 \simeq 363.3\ \cdot 10^3\ km$$

Le distanze massima $\boldsymbol{D_{MAX}}$ e minima $\boldsymbol{D_{MIN}}$ che la luce dovrà percorrere varranno quindi:

$$D_{MAX} = D_{T\odot-A} + 2 \cdot D_{LT-A} \simeq 152.1 \cdot 10^6\ km + 811.0 \cdot 10^3\ km \simeq 152.9 \cdot 10^6\ km$$

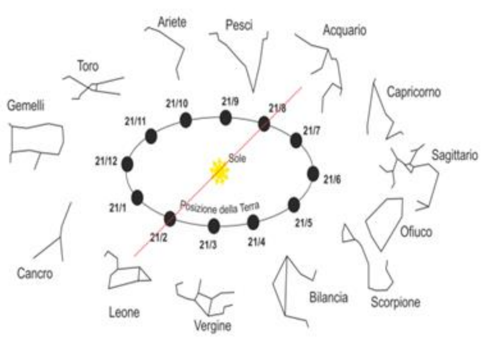
$$D_{MIN} = D_{T\odot-P} + 2 \cdot D_{LT-P} \simeq 147.1 \cdot 10^6\ km + 726.6 \cdot 10^3\ km \simeq 147.8 \cdot 10^6\ km$$

e impiegherà un tempo massimo $\boldsymbol{T_{MAX}}$ e minimo $\boldsymbol{T_{MIN}}$ pari a:

$$T_{MAX} = \frac{D_{MAX}}{c} \simeq \frac{152.9 \cdot 10^6\ km}{299792\ \frac{km}{s}} \simeq 510.0\ s = 8m\ 30\ s$$

$$T_{MIN} = \frac{D_{MIN}}{c} \simeq \frac{147.8 \cdot 10^6\ km}{299792\ \frac{km}{s}} \simeq 493.0\ s = 8m\ 13.0\ s$$

12.



La figura a sinistra rappresenta la posizione della Terra, durante il suo moto di rivoluzione attorno al Sole il 21 di ogni mese, rispetto alle costellazioni dello zodiaco.
Se oggi è il 21 febbraio (21/2):

a) In quale costellazione dello zodiaco vediamo il Sole?
b) Quale costellazione dello zodiaco passerà al meridiano in direzione sud a mezzanotte?
c) Quale costellazione dello zodiaco si troverà questa sera più prossima all'orizzonte a ovest appena dopo il tramonto del Sole?

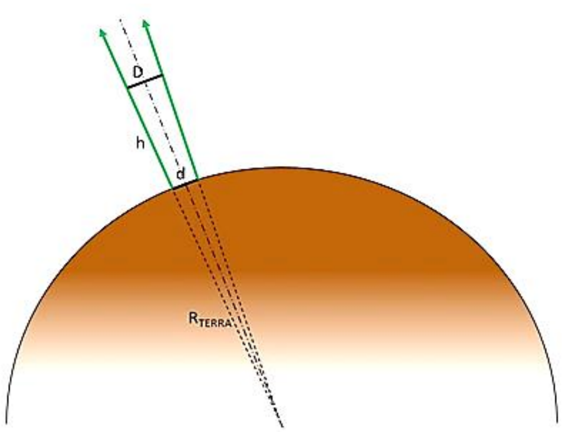
Soluzione

Tracciamo la retta (visibile in rosso) passante per la posizione della Terra il 21 febbraio e per il Sole.

a) Il 21 febbraio vedremo il Sole proiettato nella costellazione dell'Acquario.
b) Il Sole passa al meridiano in direzione sud a mezzogiorno, quindi a mezzanotte passa al meridiano in direzione sud la costellazione dello zodiaco opposta rispetto a quella in cui si trova il Sole, ovvero, nella data del 21 febbraio, il Leone.
c) A causa della rotazione della Terra se a un certo istante una costellazione dello zodiaco tramonta a ovest, quella che tramonterà subito dopo sarà quella collocata immediatamente a est rispetto a essa. Poiché il 21 febbraio il Sole si trova nell'Acquario, appena dopo il tramonto verso l'orizzonte in direzione ovest troveremo i Pesci.

13. Due puntatori laser di alta potenza distanti 20.0 m l'uno dall'altro, inviano entrambi un sottilissimo fascio di luce in direzione esattamente verticale. Assumendo la superficie della Terra perfettamente sferica, quale sarà la distanza tra i due fasci a un'altezza dal suolo di 70 km?

Soluzione



La situazione descritta nel problema è rappresentata nella figura a sinistra. Detta **d** la distanza tra i due laser, vogliamo calcolare la separazione **D** dei fasci luminosi all'altezza **h** dalla superficie.

Poiché i due laser puntano esattamente in verticale, i loro prolungamenti all'indietro si incontrerebbero al centro del nostro pianeta. Detto $\boldsymbol{R_T}$ il raggio della Terra si ha:

$$d \ll R_T$$

e possiamo quindi trascurare l'effetto della curvatura terrestre e considerare i due triangoli simili in figura con vertice al centro della Terra per i quali si può scrivere:

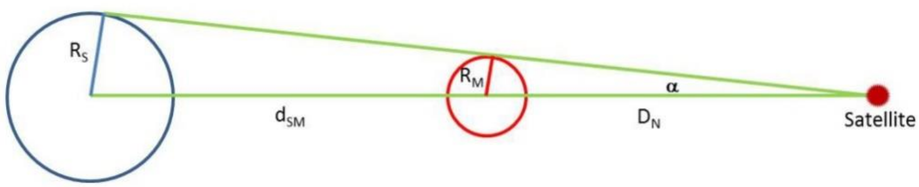
$$R_T : d = (R_T + h) : D$$

Da cui ricaviamo:

$$D = \frac{(R_T + h) \cdot d}{R_T} = \frac{6448 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot 20.0 \text{ m}}{6378 \cdot 10^3 \, m} \simeq 20.2 \, m$$

14. Volete mettere in orbita intorno a Marte un satellite per fotografare eclissi totali di Sole, osservabili quando Marte, visto dal satellite, si sovrappone esattamente al Sole. Considerando per il satellite un'orbita circolare sul piano equatoriale di Marte, calcolate la sua distanza da Marte e il suo periodo orbitale. Trascurate l'eccentricità dell'orbita di Marte.

Soluzione



In occasione di un'eclisse totale di Sole vista dal satellite la configurazione dei tre corpi è quella mostrata in figura (il disegno non è in scala), dove $\boldsymbol{D_N}$ è la distanza cercata.

Per la similitudine dei triangoli abbiamo che:

$$R_S : R_M = (d_{SM} + D_N) : D_N$$

dalla quale ricaviamo:

$$D_N = R_M \cdot \frac{d_{SM} + D_N}{R_S}$$

e infine, trascurando l'eccentricità dell'orbita di Marte:

$$D_N = \frac{d_{SM} \cdot R_M}{R_S - R_M} = \frac{227.9 \cdot 10^6 \text{ km} \cdot 3397 \text{ km}}{6.955 \cdot 10^5 \text{ km} - 3397 \text{ km}} \simeq 1.119 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Detta M_M la massa di Marte, il periodo orbitale $\boldsymbol{T}$ del satellite è dato da:

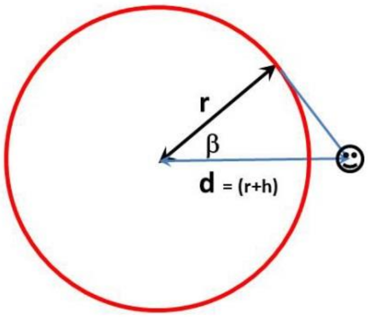
$$T = \sqrt{\frac{4\,\pi^2 \cdot D_N^3}{G \cdot M_M}}$$

$$T = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 1.401 \cdot 10^{27} \, m^3}{6.674 \cdot 10^{-11} \, \frac{m^3}{kg\, s^2} \cdot 6.417 \cdot 10^{23} \text{ kg}}} \simeq 3.594 \cdot 10^7 \text{s} \simeq 1.139 \text{ anni terrestri}$$

Nota.
Si può dimostrare che l'orbita del satellite non è stabile, in quanto a $1.119 \cdot 10^6$ km da Marte la forza di gravità del pianeta non è in grado di trattenerlo in orbita.

15. La Stazione Spaziale Internazionale orbita a un'altezza sulla superficie della Terra di 412 km. Quanto distano, lungo la superficie della Terra, i due punti più lontani che è possibile osservare simultaneamente in ogni istante dalla ISS, sapendo che tale distanza è un arco di meridiano che sottende un angolo di 40°.12 ? Si trascurino gli effetti dell'atmosfera.

Soluzione



Con riferimento alla figura a sinistra, l'angolo $\boldsymbol{\beta}$ rappresenta il limite di visibilità di un corpo esteso per un osservatore posto a una distanza dello stesso ordine di grandezza delle dimensioni del corpo. Dalla ISS sarà quindi possibile osservare in totale, in ogni istante, un arco di meridiano $\boldsymbol{A}$ che sottende un angolo $\boldsymbol{2\beta}$; dal testo del problema, sappiamo che $\boldsymbol{2\beta} = 40°.12$.

Detto allora $\boldsymbol{r}$ il raggio della Terra, dato che vale la proporzione:

$$360° : 2\beta = 2\,\pi\,r : A$$

possiamo ricavare l'arco di meridiano $\boldsymbol{A}$, ovvero la distanza richiesta:

$$A = \frac{2\,\pi\,r\,2\beta}{360°} \simeq \frac{2\,\pi\,\cdot\,6378\text{ km}\,\cdot 40°.12}{360°} \simeq 4466\text{ km}$$