Campionati Italiani di Astronomia 2023
Corso di preparazione alla Gara Interregionale
Categoria Junior 2 - Lezione 3

1. Un osservatore misura per il Polo Nord celeste un'altezza sull'orizzonte pari a 37°. A che latitudine si trova l'osservatore?

Soluzione
I Poli celesti sono gli unici punti della sfera celeste che restano immobili durante il moto diurno. L'altezza sull'orizzonte $\boldsymbol{h_{polo}}$ del Polo Nord celeste è sempre pari alla latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ del luogo di osservazione, quindi l'osservatore si trova nell'emisfero nord a una latitudine:

$$\varphi = h_{polo} = +37°$$

2. Un osservatore posto nell'emisfero nord misura per l'equatore celeste un'altezza massima sull'orizzonte pari a 30°. A che latitudine si trova l'osservatore?

Soluzione
L'altezza massima sull'orizzonte $\boldsymbol{h_{max}}$ di un corpo celeste (o si un punto sulla sfera celeste) si ha quando il corpo (o il punto) transita al meridiano in direzione sud. Per un corpo con declinazione $\boldsymbol{\delta}$ e per un osservatore posto a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ si ha:

$$h_{max} = 90° - \varphi + \delta$$

Tutti i punti dell'equatore celeste hanno, per definizione, $\delta = 0°$. Quindi, detta $\boldsymbol{h_{max-EC}}$ l'altezza massima dell'equatore celeste, avremo:

$$\varphi = 90° + \delta - h_{max-EC} = 90° + 0° - 30° = 60°$$

3. Un osservatore si trova alla latitudine 75° Nord e vuole sapere se può osservare una cometa che ha declinazione 30° Sud.
Vuole sapere inoltre se la cometa ha un'orbita ellittica ($e < 0$), parabolica ($e = 0$) o iperbolica ($e > 0$), sapendo che ha una massa di $6.0 \cdot 10^{10}$ kg e che possedeva una velocità di 0.90 km/s alla distanza di 36 UA dal Sole.

Soluzione
In una qualsiasi località a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ risultano visibili (nel corso dell'anno e del moto diurno) tutti gli oggetti con declinazione $\boldsymbol{\delta}$ tale che:

$$\delta > \varphi - 90°$$

Quindi alla latitudine $\boldsymbol{\varphi} = 75°$ saranno visibili oggetti con:

$$\delta > 75° - 90°,$$

cioè con:

$$\delta > -15°$$

Sappiamo però che la rifrazione atmosferica, che nei pressi dell'orizzonte ha un valore di circa 35', fa aumentare la declinazione apparente di un oggetto. Quindi alla latitudine $\boldsymbol{\varphi} = 75°$ la declinazione limite $\boldsymbol{\delta_{lim}}$ per la visibilità vale:

$$\delta_{lim} = 75° - 90° - 35' = -15°\,35'$$

Detta $\boldsymbol{\delta_{cometa}}$ la declinazione della cometa si ha:

$$\delta_{cometa} = 30° \, S = \; -30° < \; \delta_{lim}$$

Quindi la cometa non risulta mai visibile anche considerando la rifrazione atmosferica (si dice anche che risulta "anticircumpolare" per quell'osservatore).

Per identificare il tipo di orbita, calcoliamo l'energia meccanica totale **E** della cometa, data dalla somma dell'energia cinetica e di quella potenziale. Detti **m** la massa della cometa, **v** la sua velocità alla distanza **r**, e **M** la massa del Sole, si ottiene:

$$\mathrm{E} = \; \frac{1}{2} \, \mathrm{m} \, \mathrm{v}^2 - \frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}}$$

$$\mathrm{E} = \; \frac{1}{2} \cdot 6.0 \cdot 10^{10} \, kg \cdot \left(0.90 \; \cdot 10^3 \, \frac{m}{s}\right)^2 + $$

$$- \frac{6.674 \; \cdot \; 10^{-11} \; \frac{m^3}{kg \; \cdot \; s^2} \; \cdot \; 1.989 \; \cdot \; 10^{30} \, kg \;\; \cdot 6.0 \cdot 10^{10} \, kg}{36 \; \cdot \; 149.6 \; \cdot 10^9 \, m} \; \simeq \; -1.5 \; \cdot 10^{18} \, J$$

Dunque, poiché **E** è minore di zero, l'orbita è ellittica.

4. Osservato da quali tra le seguenti località il Sole passa allo zenith?
1. Equatore ($\varphi = 0°$);
2. Tropico del Cancro ($\varphi = 23° \, 26'$);
3. Circolo Polare Artico ($\varphi = 66° \, 34'$).

Nella soluzione si trascurino le dimensioni angolari del Sole.

Soluzione

Nel corso di un anno la declinazione del Sole è compresa nell'intervallo $-23° \, 26' \leq \delta_{\odot} \leq 23° \, 26'$. Il Sole passa allo zenith se la sua altezza sull'orizzonte è pari a $90°$. In un dato giorno l'altezza massima del Sole $\mathbf{h_{max\odot}}$ dipende dalla sua declinazione $\boldsymbol{\delta_{\odot}}$ e dalla latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ del luogo di osservazione ed è data dalla relazione:

$$h_{max\odot} = 90° - \; \varphi + \; \delta_{\odot}$$

Quindi in una località a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ il Sole passa allo zenith quando

$$\delta_{\odot} = \; \varphi$$

1. All'Equatore il Sole passa allo zenith quando:

$$\delta_{\odot} = \; \varphi = 0°$$

2. Al Tropico del Cancro il Sole passa allo zenith quando:

$$\delta_{\odot} = \; \varphi = 23° \, 26'$$

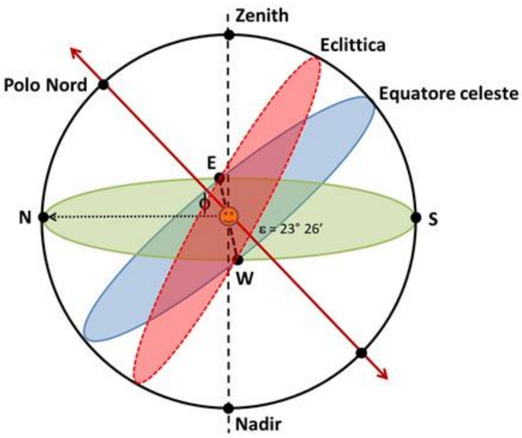
3. Al Circolo Polare Artico il Sole passerebbe allo zenith quando:

$$\delta_{\odot} = \; \varphi = 66° \, 34'$$

circostanza però che non può mai verificarsi.

5. Quanto valgono, in gradi, le distanze minime e massime dell'equatore celeste e dell'eclittica?

Soluzione



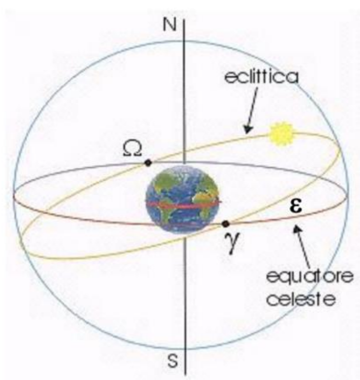
I piani dell'eclittica e dell'equatore celeste formano un angolo ε = 23° 26' detto obliquità dell'eclittica.

L'equatore celeste e l'eclittica si incontrano in due punti, il punto γ (che ha ascensione retta α = 0h) e il punto Ω (che ha ascensione retta α = 12h), dove ovviamente la loro distanza angolare è minima ed è pari a zero.

La massima distanza angolare si ha in corrispondenza dell'ascensione retta α = 6h e dell'ascensione retta α = 18h ed è pari a **ε** = 23° 26'.

6. Calcolate l'ascensione retta del Sole ai solstizi e agli equinozi.

Soluzione



Nel corso di un anno, a causa del moto di rivoluzione della Terra, vediamo il Sole spostarsi rispetto alle stelle da Ovest verso Est, con la sua l'ascensione retta $\boldsymbol{\alpha}_{\odot}$ che varia tra 0h e 24h (= 0 h).
All'equinozio di primavera, che cade tra il 20 e il 21 marzo, il Sole si trova nel punto **γ** (punto di Ariete), quindi per definizione:

$$\boldsymbol{\alpha}_{\odot\boldsymbol{\gamma}} = 0 \text{ h}$$

All'equinozio di autunno, che cade tra il 22 e 23 settembre, il Sole si trova nel punto Ω (punto della Bilancia), dalla parte opposta dell'eclittica, e quindi:

$$\boldsymbol{\alpha}_{\odot\boldsymbol{\Omega}} = 12 \text{ h}$$

I solstizi sono esattamente intermedi ai due equinozi, con il solstizio d'estate (**SE**) che cade tra il 20 e il 21 giugno e il solstizio d'inverno (**SI**) che cade tra il 21 e il 22 dicembre; avremo quindi:

$$\boldsymbol{\alpha}_{\odot_{\text{SE}}} = 6 \text{ h} \qquad \boldsymbol{\alpha}_{\odot_{\text{SI}}} = 18 \text{ h}$$

7. All'osservatorio di Greenwich una stella passa al meridiano a UT = 0h. Lo stesso giorno osservata dall'*Isola che non c'è* la stella passa al meridiano a UT = 2h. Determinate la longitudine dell'*Isola che non c'è*.

Soluzione

Il periodo **P** di rotazione della Terra (giorno siderale) vale 23h 56m 4.1s, quindi detta $\boldsymbol{\Delta\lambda}$ la differenza di longitudine tra due località e **ΔT** l'intervallo di tempo tra il passaggio di una data stella al meridiano nelle due località, vale la proporzione:

$$\Delta\text{T} : \text{P} = \Delta\lambda : 360°$$

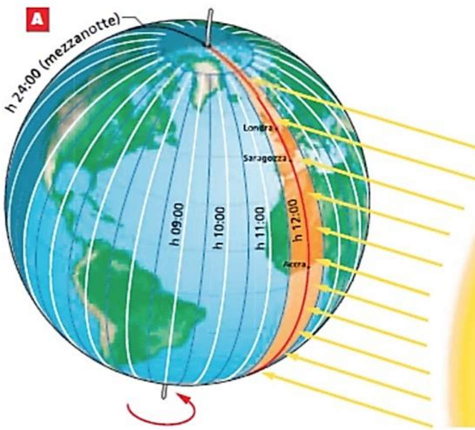
Da cui otteniamo:

$$\Delta\lambda = \frac{360° \cdot \Delta\text{T}}{\text{P}} \simeq \frac{360° \cdot 2h}{23h\,56m\,4.1s} \simeq \frac{360° \cdot 2h}{23.93447} \simeq 30°.08 \simeq 30°\,5'$$

Poiché la stella passa al meridiano dell'*Isola che non c'è* 2 ore dopo essere passata al meridiano a Greenwich, deduciamo che la sua longitudine è 30° 5′ Ovest.

8. Due osservatori, i cui orologi funzionano perfettamente, si trovano alla stessa latitudine e a pochi metri di distanza l'uno dall'altro. Osservano contemporaneamente il passaggio del Sole al meridiano in direzione sud. Eppure l'orologio del primo segna le 11:30, mentre l'orologio del secondo segna le 12:30. Dove si trovano i due osservatori?

Soluzione



La superficie della Terra è divisa in 24 fusi orari, la cui larghezza media è di 15°. Il tempo in un fuso è un'ora avanti rispetto al fuso immediatamente a ovest e un'ora indietro rispetto al fuso immediatamente a est (solo in pochissimi stati vengono utilizzati fusi orari intermedi).
L'ora segnata dai nostri orologi è la cosiddetta ora civile ed è la stessa per tutti i punti all'interno di un dato fuso orario, mentre l'ora del passaggio di un astro al meridiano di un osservatore dipende dalla sua vera longitudine.
Se i due osservatori vedono il passaggio del Sole al meridiano sud contemporaneamente vuol dire che si trovano all'incirca alla stessa longitudine.
Si deduce che i due osservatori si trovano in prossimità di un meridiano della Terra che segna il confine tra due fusi orari adiacenti. Il primo si trova 7.5° a est del meridiano centrale del suo fuso orario, mentre il secondo si trova 7.5° a ovest del meridiano centrale del suo fuso orario. Quindi i due osservatori vedranno in simultanea il passaggio del Sole al meridiano anche se i loro orologi segnano un'ora di differenza. Non è però possibile precisare con esattezza in quali fusi orari adiacenti si trovano i due osservatori.

9. Due osservatori si trovano alla stessa latitudine sul fuso orario di Roma (= UT + 1). Il primo osserva il Sole passare al meridiano alle 12:05, mentre il secondo osserva il passaggio del Sole al meridiano alle 12:15. Trascurando la variazione in ascensione retta del Sole, quanto distano in longitudine i due osservatori? Chi dei due si trova più a ovest?

Soluzione

La differenza $\mathbf{\Delta T}$ tra l'ora del passaggio del Sole al meridiano per due osservatori nello stesso fuso orario è legata alla differenza $\boldsymbol{\Delta\lambda}$ della loro longitudine dalla relazione:

$$\Delta \mathrm{T} : 24\mathrm{h} = \Delta\lambda : 360°$$

da cui ricaviamo:

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta \mathrm{T} \ \cdot 360°}{24\ \mathrm{h}} = \frac{10\ \text{minuti} \ \cdot 360°}{1440\ \text{minuti}} = 2.5°$$

Il secondo osservatore si trova a ovest del primo, perché vede passare il Sole al meridiano più tardi.

10. Dalla relazione che lega il tempo siderale con l'ascensione retta e l'angolo orario degli oggetti sulla sfera celeste, dire se l'ascensione retta aumenta da est verso ovest o viceversa.

Soluzione

Detti $\boldsymbol{t}$ il tempo siderale, $\boldsymbol{\alpha}$ l'ascensione retta di una stella e **H** il suo angolo orario vale la relazione:

$$\mathrm{t} = \alpha + \mathrm{H}$$

Quando una stella passa al meridiano in direzione sud il suo angolo orario è zero e quindi:

$$\mathrm{t} = \alpha$$

Ne segue che a ogni istante passano al meridiano le stelle che hanno ascensione retta pari al tempo siderale. Quindi al trascorrere del tempo passano al meridiano stelle con ascensione retta crescente. Poiché la sfera celeste ruota da est verso ovest l'ascensione retta aumenta da ovest verso est.

11. Considerate un osservatore che abita a Messina ($\lambda = 15° 33' 19''.54$; $\varphi = 38° 11' 09''.80$) e uno che abita a Reggio Calabria ($\lambda = 15° 39' 00''.42$; $\varphi = 38° 06' 53''.00$) dotati entrambi di un orologio a tempo siderale e di uno a Tempo Universale. Di quanto differisce il tempo siderale dei due osservatori? Quale dei due orologi è "più avanti"? Di quanto differisce il Tempo Universale dei due osservatori?

Soluzione
Per calcolare la differenza tra il tempo segnato dai due orologi a tempo siderale, occorre considerare la differenza in longitudine $\Delta\lambda$ tra i due osservatori:

$$\Delta\lambda = 15° 39' 00''.42 - 15° 33' 19''.54 = 5' 40''.88 = 340''.88$$

La differenza tra l'ora locale, solare o siderale, a due diverse longitudini $\mathbf{\Delta T}$ misurata allo stesso istante è legata alla differenza di longitudine $\boldsymbol{\Delta\lambda}$ dalla relazione:

$$\Delta T = \frac{24\ \text{h} \cdot \Delta\lambda}{360°}$$

Da cui, esprimendo gli angoli in secondi d'arco e il tempo in secondi ricaviamo:

$$\Delta T = \frac{86400\ \text{s} \cdot 340''.88}{1296000''} \simeq 22.73\ \text{s}$$

Poiché Reggio Calabria si trova a Est di Messina, l'orologio a tempo siderale dell'osservatore a Reggio Calabria è "più avanti" di 22.73 secondi siderali dell'orologio dell'osservatore a Messina. Gli orologi a Tempo Universale dei due osservatori segneranno invece la stessa ora.

12. Un osservatore dispone di un orologio a tempo universale e di un orologio a tempo siderale. In un certo istante i due orologi segnano entrambi t = 0. Che tempo segnerà l'orologio a tempo siderale quando quello a tempo universale segnerà t = 16 h?

Soluzione
Il Tempo Universale è definito come il tempo solare medio dell'Osservatorio di Greenwich. La durata di un giorno solare medio è di 24 h, mentre la durata di un giorno siderale è di 23h 56m 4.1s = 23.9344722 ore.
Il rapporto **K** tra i due valori permette di convertire gli intervalli di tempo solare medio $\mathbf{\Delta T}$ in intervalli di tempo siderale $\mathbf{\Delta t}$:

$$K = \frac{24\ \text{h}}{23.93447\ \text{h}} \simeq 1.0027378$$

In definitiva un orologio a tempo siderale è **più veloce** di un orologio a tempo universale; avremo quindi:

$$\Delta t = \Delta T \cdot K = 16 \cdot 1.0027378 \simeq 16.043805 \simeq 16\text{h}\ 2\text{m}\ 37.7\text{s}$$

13. Abbiamo osservato una stella sorgere alle ore 22:00 UT del 3 febbraio 2012. In una data successiva abbiamo osservato la stessa stella sorgere alle 19:58 UT. In che giorno è stata fatta la seconda osservazione? Assumiamo per il giorno siderale una durata di 23h 56m 4.1s (=86164.1 s).

Soluzione
A causa della differenza tra giorno siderale (23h 56m 4.1s) e giorno solare medio (24 h), ogni giorno le stelle anticipano l'ora in cui sorgono di un tempo $\mathbf{\Delta t}$ pari a:

$$\Delta t = 24\text{h} - 23\text{h}\ 56\text{m}\ 4.1\text{s} = 3\text{m}\ 55.9\text{s} \simeq 3.93\ \text{m}$$

La differenza $\boldsymbol{\Delta T}$ di tempo universale tra le due osservazioni è: $\Delta T = 2\text{h}\ 2\text{m} = 122\ \text{m}$

Quindi il numero **N** di giorni trascorsi, arrotondato all'intero più prossimo, è dato da:

$$N = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{122\ \text{m}}{3.93\ \text{m}} = 31$$

Poiché il 2012 era un anno bisestile, la seconda osservazione è stata fatta il 5 marzo 2012.

14. Sapendo che un pianeta esploderà tra 24 ore, lo abbandonate immediatamente viaggiando per 24 ore fino a fermarvi alla distanza di sicurezza di 37.9 UA.

1. A che velocità media, espressa in km/s e in frazione della velocità della luce, avete viaggiato?
2. Dopo quanto tempo dal momento in cui vi siete fermati verrete raggiunti dalla luce emessa dall'esplosione?
3. Sapendo che entro una sfera di raggio pari a 45.0 UA intorno al pianeta sono distribuiti in modo uniforme $900 \cdot 10^3$ asteroidi, quanti asteroidi vengono raggiunti dalla luce dell'esplosione dentro una sfera di raggio pari alla distanza a cui vi trovate? Supponete che la luce dell'esplosione si propaghi in maniera uniforme in tutte le direzioni.

Soluzione

1. Se lo spazio di 37.9 UA è stato percorso in 24 ore, la velocità media $\mathbf{v_m}$ è stata:

$$v_m = \frac{37.9\ \text{UA}}{24\ \text{h}} \simeq \frac{5.67\ \cdot\ 10^9\ \text{km}}{86400\ \text{s}} \simeq 6.56\ \cdot 10^4\ \frac{\text{km}}{\text{s}} \simeq 0.219\ \text{c}$$

2. Se vi trovate a una distanza di 37.9 UA dal pianeta, la luce prodotta dall'esplosione vi raggiungerà dopo un tempo:

$$t = \frac{37.9\ \text{UA}}{c} \simeq\ 1.89\ \cdot 10^4\ \text{s}\ \simeq 5\text{h}\ 15\text{m}$$

3. Dato che gli asteroidi sono distribuiti in modo uniforme, vale la proporzione:

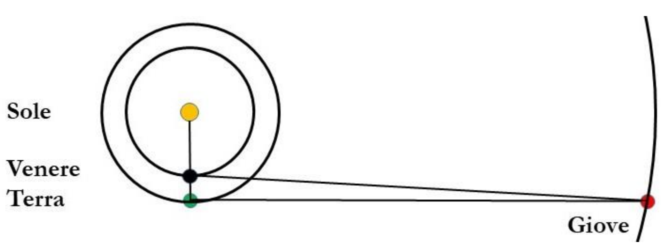
$$N : V_{45} = n : V_{37.9}$$

dove N è il numero totale di asteroidi contenuti nel volume $\mathbf{V_{45}}$ della sfera di raggio 45.0 UA, mentre n è il numero di asteroidi contenuti nel volume $\mathbf{V_{37.9}}$ della sfera di raggio pari alla vostra distanza, ovvero gli asteroidi richiesti dal problema. Risolvendo troviamo quindi:

$$n = \frac{N \cdot V_{37.9}}{V_{45}} \simeq \frac{900\ \cdot 10^3\ \text{asteroidi}\ \cdot \frac{4}{3}\pi\ \cdot\ (37.9\ UA)^3}{\frac{4}{3}\pi\ \cdot\ (45.0\ UA)^3} = 538\ \cdot 10^3\ \text{asteroidi}$$

15. Supponete che si verifichi la configurazione planetaria con Venere in congiunzione inferiore e contemporaneamente Giove in quadratura. Un osservatore su Giove, dotato di un buon telescopio, vedrebbe una porzione di Venere inferiore a un quarto. Quanto tempo fa è partita dal Sole la luce che il gioviano vede provenire da Venere, sapendo che in quel momento la distanza Terra-Giove è di 5.11 UA? Considerate le orbite dei pianeti circolari e trascurate l'inclinazione delle orbite di Venere e di Giove sull'eclittica.

Soluzione



La configurazione considerata è mostrata nella figura a sinistra, dove le dimensioni delle orbire sono in scala.

Indichiamo con $\mathbf{D_V}$ la distanza media Sole-Venere, con $\mathbf{D_T}$ la distanza media Sole-Terra (= 1 UA), con $\mathbf{D_{TV}}$ la distanza Terra-Venere, con $\mathbf{D_{VG}}$ la distanza Venere-Giove e con $\mathbf{D_{TG}}$ la distanza Terra-Giove (= 5.11 UA).

La luce che da Venere arriva a Giove è stata emessa dal Sole e poi riflessa da Venere e ha quindi viaggiato per uno spazio **D** dato da:

$$D = D_V + D_{VG}$$

Troviamo $\mathbf{D_{VG}}$ con il teorema di Pitagora, considerando il triangolo formato Venere-Terra-Giove che è rettangolo perché Giove è in quadratura

$$\mathrm{D_{VG}} = \sqrt{\mathrm{D_{TV}}^2 + \mathrm{D_{TG}}^2} = \sqrt{(\mathrm{D_T} - \mathrm{D_V})^2 + \mathrm{D_{TG}}^2} \simeq$$

$$\simeq \sqrt{(41.4 \cdot 10^6 \text{ km})^2 + (5.11 \cdot 149.6 \cdot 10^6 \text{ km})^2} \simeq 7.68 \cdot 10^8 \text{ km}$$

Pertanto la distanza D sarà:

$$\mathrm{D} = \mathrm{D_V} + \mathrm{D_{VG}} = 108.2 \cdot 10^6 \text{ km} + 768 \cdot 10^6 \text{ km} = 874 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Questo spazio viene percorso dalla luce in un tempo **T** pari a:

$$T = \frac{D}{c} \simeq \frac{874 \cdot 10^6 \text{ km}}{299792 \frac{km}{s}} \simeq 2910\, s \simeq 48m\ 30s$$

Nota.

Visto il tempo totale impiegato dalla luce a percorrere il tragitto Sole-Venere-Giove, sono del tutto irrilevanti gli effetti dovuti alle variazioni di distanza tra i corpi considerati in detto tempo.