

Campionati Italiani di Astronomia 2023
Corso di preparazione alla Gara Interregionale
Categoria Junior 2 - Lezione 2



1. Utilizzando le proprietà dei logaritmi in base 10 determinare:

- 1) $\log 10 = ?$ 2) $\log 1000 = ?$ 3) $\log 1 = ?$ 4) $\log (a \cdot b) = ?$
 5) $\log \frac{a}{b} = ?$ 6) $\log (a)^3 = ?$ 7) $\log 10^6 = ?$ 8) $\log \sqrt{10} = ?$ 9) ${}^{4.7}\sqrt{36.54} = ?$

Soluzione

- 1) $\log 10 = 1$ 2) $\log 1000 = 3$ 3) $\log 1 = 0$ 4) $\log (a \cdot b) = \log a + \log b$
 5) $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$ 6) $\log (a)^3 = 3 \log a$ 7) $\log 10^6 = 6$ 8) $\log \sqrt{10} = \frac{1}{2} \log 10 = 0.5$
 9) Poniamo ${}^{4.7}\sqrt{36.54} = x$ e calcoliamo il logaritmo di ambo i membri:

$$\frac{1}{4.7} \log 36.54 = \log x \quad \text{da cui:} \quad 0.3325 = \log x \quad \text{e passando agli esponenziali:} \quad x = 10^{0.3325} = 2.150$$

2. La stella Arturo (= α Boo) ha magnitudine apparente $m = -0.05$ e parallasse $0''.0880$. Calcolate la sua distanza, in pc e in anni luce, e la sua magnitudine assoluta.

Soluzione

Dalla parallasse π di Arturo ricaviamo la distanza D in parsec e in anni luce:

$$D = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{0''.0880} \approx 11.4 \text{ pc} \approx 11.4 \text{ pc} \cdot 3.2616 \frac{\text{anni luce}}{\text{pc}} \approx 37.2 \text{ anni luce}$$

La magnitudine assoluta M vale:

$$M = m + 5 - 5 \log D (\text{pc}) \approx -0.05 + 5 - 5.28 = -0.33$$

3. Completare la seguente tabella, dove m è la magnitudine apparente, π la parallasse, d la distanza e M la magnitudine assoluta.

Nome	m	π (")	d (pc)	d (al)	M
α Cen A	-0.01	0.747			
α CMa (= Sirio)	-1.43		2.63		
61 Cyg A	5.21			11.4	
α Aql (= Altair)		0.194			2.21

Soluzione

Le relazioni che legano tra di loro le quantità in tabella sono:

$$\frac{1}{\pi} = d (\text{pc}) \qquad d (\text{al}) \approx 3.2616 d (\text{pc}) \qquad M = m + 5 - 5 \log d (\text{pc})$$

Nome	m	π (")	d (pc)	d (al)	M
α Cen A	-0.01	0.747	1.34	4.37	4.35
α CMa (= Sirio)	-1.43	0.380	2.63	8.58	1.47
61 Cyg A	5.21	0.286	3.50	11.4	7.49
α Aql (= Altair)	0.77	0.194	5.15	16.8	2.21

4. La magnitudine apparente del Sole visto dalla Terra è $m_{\odot\text{Terra}} = -26.74$. Calcolate la magnitudine apparente media del Sole visto da: Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno.

Soluzione

La relazione che lega la magnitudine apparente del Sole visto da un pianeta $m_{\odot\text{P}}$ a quella assoluta M_{\odot} è:

$$m_{\odot} = M_{\odot} - 5 + 5 \log d \text{ (pianeta)}$$

Poiché $1 \text{ UA} \simeq \frac{1}{206265} \text{ parsec} \simeq 4.8481 \cdot 10^{-6} \text{ pc}$ si ha:

$$M_{\odot} = m_{\odot\text{Terra}} + 5 - 5 \log d \simeq -26.74 + 5 - 5 \log (4.8481 \cdot 10^{-6}) \simeq 4.83$$

Poiché $1 \text{ km} \simeq \frac{1}{30857 \cdot 10^9} \text{ pc}$, per le distanze medie d dei pianeti dal Sole in parsec e per la magnitudine apparente del Sole visto da essi avremo:

Pianeta	d (pc)	m_{\odot}
Mercurio	$1.877 \cdot 10^{-6}$	-28.80
Venere	$3.507 \cdot 10^{-6}$	-27.45
Marte	$7.386 \cdot 10^{-6}$	-25.83
Giove	$2.523 \cdot 10^{-5}$	-23.16
Saturno	$4.625 \cdot 10^{-5}$	-21.84

5. Sirio ($= \alpha \text{ CMA}$; $m = -1.43$) si trova a 8.58 anni luce dal Sole. Quanto varrebbe la magnitudine apparente di Sirio se si trovasse a una distanza dieci volte maggiore?

Soluzione

Detta m_d la magnitudine di Sirio alla distanza $d = 8.58$ anni luce, possiamo calcolare la sua magnitudine assoluta M :

$$M = m_d + 5 - 5 \log d \text{ (pc)} \simeq -1.43 + 5 - 5 \log \left(\frac{8.58 \text{ anni luce}}{3.2616 \frac{\text{anni luce}}{\text{parsec}}} \right) \simeq 1.47$$

Quindi la magnitudine m_D che avrebbe Sirio se si trovasse alla distanza $D = 85.8$ anni luce sarebbe:

$$m_D = M - 5 + 5 \log D \text{ (pc)} \simeq 1.47 - 5 + 5 \log \left(\frac{85.8 \text{ anni luce}}{3.2616 \frac{\text{anni luce}}{\text{parsec}}} \right) \simeq 3.57$$

Soluzione alternativa

Detti m_d la magnitudine di Sirio alla distanza $d = 8.58$ anni luce, m_D la magnitudine che avrebbe se si trovasse alla distanza $D = 85.8$ anni luce, L_{Sirio} la luminosità di Sirio e F_d e F_D i flussi in arrivo a Terra nei due casi, vale la relazione:

$$m_d - m_D = -2.5 \log \frac{F_d}{F_D} = -2.5 \log \frac{L_{\text{Sirio}}}{4 \pi d^2} \cdot \frac{4 \pi D^2}{L_{\text{Sirio}}}$$

da cui si ricava:

$$m_D = m_d + 2.5 \log \frac{D^2}{d^2} = -1.43 + 5 \log 10 = 3.57$$

Nota. Generalmente si assume $m_{\text{limite}} = 6.0$ come limite di visibilità a occhio nudo nelle migliori condizioni osservative, quindi Sirio risulterebbe ancora visibile.

6. A partire da quale distanza non potremmo più osservare il Sole a occhio nudo trovandoci su un pianeta la cui atmosfera ha le stesse caratteristiche di quella della Terra?

Soluzione

La magnitudine limite m_{limite} delle stelle visibili a occhio nudo dipende fortemente dalla composizione dell'atmosfera e dalla quota a cui si trova l'osservatore. Normalmente per un osservatore posto a livello del mare in assenza di inquinamento luminoso si assume:

$$m_{limite} \approx 6.0$$

Per il pianeta possiamo ragionevolmente assumere lo stesso valore.

Data una certa magnitudine assoluta, la magnitudine apparente di un oggetto aumenta all'aumentare della sua distanza. Quindi se nella relazione che lega la magnitudine assoluta del Sole M_{\odot} con la sua magnitudine apparente m_{\odot} e la sua distanza d poniamo $m_{\odot} = 6$, otteniamo la distanza massima d_{max} dalla quale il Sole sarebbe ancora visibile a occhio nudo:

$$m_{\odot} = M_{\odot} - 5 + 5 \log d$$

$$6.0 = M_{\odot} - 5 + 5 \log d_{max}$$

$$d_{max} \approx 10^{\left(\frac{6.0 - M_{\odot} + 5}{5}\right)} \approx 10^{\left(\frac{6.0 - 4.83 + 5}{5}\right)} \approx 17 \text{ pc} \approx 56 \text{ anni luce}$$

7. Se potessero essere osservate individualmente, le componenti di una binaria spettroscopica avrebbero magnitudini apparenti pari a 3.74 e 4.15. Quanto vale la magnitudine apparente totale della binaria spettroscopica?

Soluzione

La magnitudine totale di due o più stelle NON è la somma delle singole magnitudini, ma la risposta del rivelatore (ad es. il nostro occhio) alla somma dei flussi delle singole stelle.

Si può dimostrare che per calcolare la magnitudine totale m_T di due stelle di magnitudine m_1 e m_2 possiamo usare una delle due seguenti relazioni:

$$m_T = -2.5 \log (10^{-0.4 m_1} + 10^{-0.4 m_2})$$

$$m_T = m_2 - 2.5 \log (10^{0.4 (m_2 - m_1)} + 1)$$

ottenendo:

$$m_T = -2.5 \log (10^{-1.496} + 10^{-1.66}) \approx 3.17$$

$$m_T = 4.15 - 2.5 \log (10^{0.4 (4.15 - 3.74)} + 1) \approx 3.17$$

Nota 1.

In generale la magnitudine totale di due o più stelle è un valore numericamente minore della magnitudine della stella più luminosa

Nota 2.

La prima delle due relazioni per il calcolo di m_T è utile quando si devono sommare i flussi di più di due stelle. Nel caso di due stelle è spesso di più rapido utilizzo la seconda formula, che si ottiene come segue dalla definizione di magnitudine:

$$m_T = -2.5 \log (F_1 + F_2) \quad \text{e} \quad m_1 - m_2 = -2.5 \log \left(\frac{F_1}{F_2}\right)$$

Dalla seconda relazione si ricava $F_1 = F_2 \cdot 10^{-0.4 (m_1 - m_2)}$ e sostituendo nella prima otteniamo:

$$m_T = -2.5 \log (F_2 \cdot 10^{-0.4 (m_1 - m_2)} + F_2) = -2.5 \log F_2 - 2.5 \log (10^{-0.4 (m_1 - m_2)} + 1)$$

$$m_T = m_2 - 2.5 \log (10^{0.4 (m_2 - m_1)} + 1)$$

Relazione che si può ricavare nella forma del tutto equivalente:

$$m_T = m_1 - 2.5 \log (10^{0.4(m_1 - m_2)} + 1)$$

8. Da una stella γ riceviamo sulla Terra un flusso luminoso 8560 volte minore rispetto a quello di una stella β . Se la magnitudine apparente della stella β è 2.86, calcolare la magnitudine apparente della stella γ .

Soluzione

Detti F_γ e F_β i flussi ricevuti dalle due stelle, la loro differenza di magnitudine apparente vale:

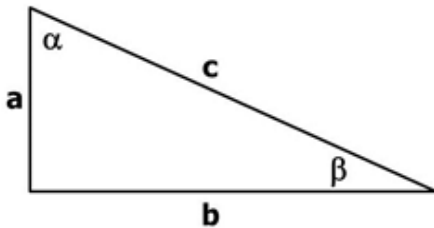
$$m_\gamma - m_\beta = -2.5 \log \frac{F_\gamma}{F_\beta} = -2.5 \log \frac{1}{8560} \simeq 9.83$$

La magnitudine apparente della stella γ vale quindi:

$$m_\gamma = m_\beta + 9.83 \simeq 12.69$$

9. In un triangolo rettangolo l'angolo formato dall'ipotenusa e dal cateto maggiore vale $25''.88$. Sapendo che il cateto maggiore ha una lunghezza pari a $384.4 \cdot 10^3$ km, calcolate la lunghezza del cateto minore.

Soluzione



Si consideri la figura a sinistra (non in scala). Detto β l'angolo formato dall'ipotenusa c e dal cateto maggiore b , per il cateto minore a otteniamo:

$$a = b \cdot \tan \beta = 384.4 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot \tan \frac{25''.88}{3600}$$

$$a = 384.4 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot \tan 7''.189 \cdot 10^{-3} \simeq 48.23 \text{ km}$$

10. Disponiamo di un telescopio riflettore Cassegrain con apertura di 15 cm e rapporto di apertura $f/10$. Per osservare visualmente con questo strumento abbiamo acquistato un set di tre oculari, che hanno tutti un campo di vista (FoV) di 60° e lunghezza focale, rispettivamente, di 4 mm, 10 mm e 20 mm. Calcolate la focale del telescopio, quanti ingrandimenti e che FoV otterremo utilizzando i tre oculari e con quale oculare potremo osservare l'intero disco lunare.

Soluzione

Il rapporto di apertura f/n indica quante volte (n) la focale del telescopio F_{Tel} è maggiore dell'apertura (ovvero del diametro dello specchio). Detta D l'apertura, la focale del nostro telescopio vale:

$$F_{Tel} = D \cdot 10 = 15 \text{ cm} \cdot 10 = 150 \text{ cm} = 1500 \text{ mm}$$

Detta f_{oc} la focale di un oculare, l'ingrandimento I che si ottiene da un telescopio è dato dalla relazione:

$$I = \frac{F_{Tel}}{f_{oc}}$$

Per ogni ingrandimento così ottenuto, detto FoV_{oc} il campo di vista dell'oculare, per il campo di vista FoV_{Tel} del telescopio vale la relazione:

$$FoV_{Tel} = \frac{FoV_{oc}}{I}$$

Gli ingrandimenti e i corrispondenti campi di vista del telescopio per i tre oculari valgono quindi:

$$I_{4mm} = \frac{F_{Tel}}{f_{oc}} = \frac{1500 \text{ mm}}{4 \text{ mm}} = 375 \qquad FoV_{4mm} = \frac{FoV_{oculare}}{I_{4mm}} = \frac{60^\circ}{375} = 0^\circ.16 = 9'.6$$

$$I_{10mm} = \frac{F_{Tel}}{f_{oc}} = \frac{1500 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 150 \qquad FoV_{10mm} = \frac{FoV_{oculare}}{I_{10mm}} = \frac{60^\circ}{150} = 0^\circ.4 = 24'$$

$$I_{20mm} = \frac{F_{Tel}}{f_{oc}} = \frac{1500 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} = 75 \qquad FoV_{20mm} = \frac{FoV_{oculare}}{I_{20mm}} = \frac{60^\circ}{75} = 0^\circ.8 = 48'$$

Detti R_L il raggio della Luna e d_L la sua distanza media dalla Terra, il valore medio D_L del diametro apparente della Luna è dato dalla relazione:

$$D_L = 2 \cdot \sin^{-1} \left(\frac{R_L}{d_L} \right) \approx 2 \cdot \sin^{-1} \left(\frac{1738 \text{ km}}{384.4 \cdot 10^3 \text{ km}} \right) \approx 31'.09$$

Quindi solo con il terzo oculare potremo osservarne l'intero disco.

Nota.

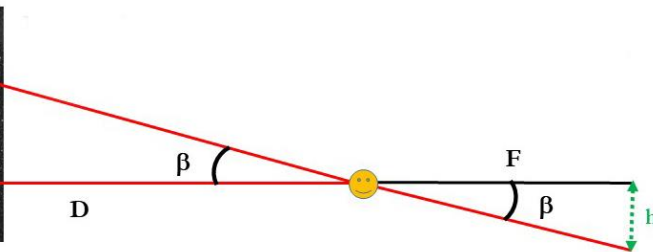
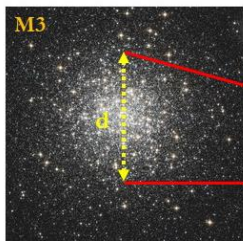
Notiamo che l'ingrandimento non è una caratteristica del telescopio, in quanto varia al variare della focale dell'oculare utilizzato. Esiste però un limite pratico alla possibilità di ingrandimento, che per un riflettore Cassegrain è all'incirca pari al diametro dello specchio espresso in millimetri. Quindi il nostro telescopio può essere ben utilizzato con l'oculare da 10 mm (=150 ingrandimenti), mentre oculari con focale via via più corta (come ad esempio quello da 4 mm) forniscono in realtà immagini di qualità sempre più scadente. L'ingrandimento massimo utilizzabile dipende anche dalla turbolenza atmosferica e dallo schema ottico del telescopio. In particolare i rifrattori non soffrono della notevole ostruzione dei Cassegrain dovuta al secondario e al suo supporto e permettono ingrandimenti maggiori.

11. L'ammasso globulare M3 dista dal Sole 10.5 kpc e ha un diametro apparente pari a 18.0'. Stimare il diametro dell'ammasso in anni luce. Se osservate l'ammasso con un telescopio con apertura di 1 m e rapporto focale f/10, quanto varranno le sue dimensioni lineari sul piano focale?

Soluzione

Detto β il diametro apparente e D la distanza, il diametro vero d dell'ammasso si ricava dalla relazione:

$$d = D \tan \beta \approx 10.5 \cdot 10^3 \text{ pc} \cdot \tan 0^\circ.300 \approx 55.0 \text{ pc} \approx 179 \text{ anni luce}$$



Poiché il telescopio ha un'apertura A di 1m e un rapporto focale f/10, la sua lunghezza focale F vale:

$$F = A \cdot 10 = 10m$$

Detta h la dimensione lineare dell'immagine dell'ammasso sul piano focale del telescopio, si ha:

$$h = F \cdot \tan \beta \approx 10 \text{ m} \cdot \tan 0^\circ.300 \approx 0.052 \text{ m} = 5.2 \text{ cm}$$

12. Una foto della Luna al perigeo mostra al centro del disco lunare un cratere di forma circolare le cui dimensioni angolari sono 5". Quanto vale il diametro del cratere in km?

Soluzione

Poiché il cratere è al centro del disco, trascuriamo gli effetti dovuti alla sfericità della Luna. Detti a_L ed e_L il semiasse maggiore e l'eccentricità dell'orbita della Luna, la distanza D_{LP} della Luna al perigeo vale:

$$D_{LP} = a_L (1 - e_L) \approx 384.4 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot (1 - 0.05490) \approx 363.3 \cdot 10^3 \text{ km}$$

Il diametro d del cratere di dimensioni angolari α sarà quindi dato dalla relazione:

$$d = D_{LP} \cdot \tan \alpha \approx 363.3 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot \tan \left(\frac{5''}{3600} \right) \approx 9 \text{ km}$$

Nota.

La distanza D_{LP} così calcolata è quella tra il centro della Terra e il centro della Luna. Per ottenere la minima distanza a cui un osservatore potrebbe trovarsi dalla superficie della Luna, e quindi le dimensioni minime del cratere, occorre sottrarre a tale distanza i raggi della Terra e della Luna. Tuttavia data la precisione con cui sono note le dimensioni angolari del cratere il valore finale del diametro non cambia.

13.



La foto a sinistra mostra il pianeta Venere osservato dalla Terra all'inizio del mese di giugno 2020. Il Sole illumina direttamente il bordo a destra di Venere, mentre il bordo sinistro risulta appena visibile grazie alla luce diffusa dall'atmosfera del pianeta.

1) A quale delle seguenti configurazioni era più vicina Venere? Giustificate la vostra risposta.

- a) massima elongazione est; b) massima elongazione ovest;
c) congiunzione inferiore; d) congiunzione superiore.

2) A quale dei seguenti valori era più prossima la distanza Venere-Terra quando è stata scattata la foto?

- a) 0.277 UA b) 0.695 UA c) 1.72 UA

Soluzione

1) Congiunzione inferiore.

Ciò in quanto Venere appare quasi in fase “nuova”, con solo una piccolissima porzione direttamente illuminata. Alle massime elongazioni Venere appare in fase di “primo quarto” o di “ultimo quarto”, mentre quando si avvicina alla congiunzione superiore la sua fase è prossima a “piena”.

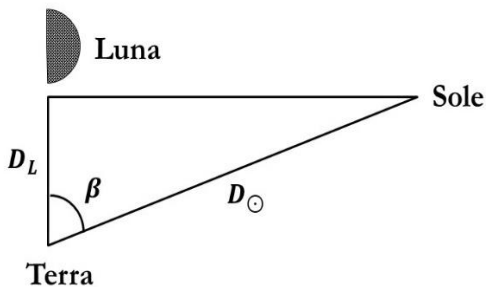
2) 0.277 UA.

Infatti in congiunzione inferiore, considerando orbite circolari, la distanza D_{VT} Venere-Terra è data semplicemente dalla differenza tra i semiassi maggiori dell'orbita della Terra a_T e di Venere a_V :

$$D_{VT} = a_T - a_V \approx 149.6 \cdot 10^6 \text{ km} - 108.2 \cdot 10^6 \text{ km} \approx 41.4 \cdot 10^6 \text{ km} \approx 0.277 \text{ UA}$$

14. Calcolare la distanza angolare media Luna-Sole quando la Luna è al primo quarto vista dalla Terra.

Soluzione



Quando la Luna è al primo quarto Terra, Luna e Sole si trovano ai vertici di un triangolo rettangolo, con la Luna in corrispondenza all'angolo retto.

Detti D_L la distanza media Terra-Luna, D_{\odot} la distanza media Terra-Sole e β l'angolo tra Luna e Sole visti dalla Terra, si ha:

$$\beta = \arccos\left(\frac{D_L}{D_{\odot}}\right) = \arccos\left(\frac{384.4 \cdot 10^3 \text{ km}}{149.6 \cdot 10^6 \text{ km}}\right) \approx 89^{\circ} 51' 10''$$

15. Un aerostato ha un diametro di 14 m. In un certo istante un osservatore lo vede sovrapporsi esattamente alla Luna piena. Trascurando le dimensioni della Terra, a che distanza minima e massima può trovarsi l'osservatore dall'aerostato?

Soluzione

Le distanze massima D_{LA} , ovvero all'apogeo, e minima D_{LP} , ovvero al perigeo, della Luna valgono:

$$D_{LA} = a_L (1 + e_L) \approx 384.4 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot (1 + 0.05490) \approx 405.5 \cdot 10^3 \text{ km}$$

$$D_{LP} = a_L (1 - e_L) \approx 384.4 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot (1 - 0.05490) \approx 363.3 \cdot 10^3 \text{ km}$$

Detto R_L il raggio della Luna, le sue dimensioni angolari minima α_{LA} e massima α_{LP} valgono:

$$\alpha_{LA} = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_L}{D_{LA}}\right) \approx 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{1738 \text{ km}}{405.5 \cdot 10^3 \text{ km}}\right) \approx 0^{\circ}.4911 \approx 29'.47$$

$$\alpha_{LP} = 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{R_L}{D_{LP}}\right) \approx 2 \cdot \sin^{-1}\left(\frac{1738 \text{ km}}{363.3 \cdot 10^3 \text{ km}}\right) \approx 0^{\circ}.5482 \approx 32'.89$$

Indicando con K_A il diametro dell'aerostato, la distanza minima dell'osservatore dall'aerostato d_m si ha se la Luna si trova al perigeo, quella massima d_M se la Luna si trova all'apogeo. Tali distanze valgono:

$$d_m = \frac{K_A}{2 \sin \frac{\alpha_{LP}}{2}} \simeq \frac{14 \text{ m}}{2 \sin 0^\circ.2741} \simeq 1460 \text{ m}$$

$$d_M = \frac{K_A}{2 \sin \frac{\alpha_{LA}}{2}} \simeq \frac{14 \text{ m}}{2 \sin 0^\circ.2456} \simeq 1630 \text{ m}$$