**Olimpiadi Italiane di Astronomia 2022**
**Corso di preparazione alla Gara Interregionale**
**Categoria Junior 1 - Lezione 2**

**1.** Le seguenti frasi contengono alcune informazioni errate, dite quali.
Mercurio è il pianeta più piccolo del Sistema Solare ed è quello più vicino al Sole. É l'unico pianeta che possiamo osservate transitare sul disco solare. È stato osservato in opposizione nell'estate del 2015.

**Soluzione**

| | |
|---|---|
| Mercurio è il pianeta più piccolo del Sistema Solare ed è quello più vicino al Sole | Corretto |
| È l'unico pianeta che possiamo osservate transitare sul disco solare. | Errato: oltre a Mercurio anche l'altro pianeta interno, Venere, può essere visto transitare davanti al Sole |
| È stato osservato in opposizione nell'estate del 2015 | Errato: i pianeti interni non possono mai essere in opposizione con il Sole |

**2.** L'orbita di un asteroide ha semiasse maggiore e minore rispettivamente pari a 7.143 UA e 2.635 UA. Si determini il periodo orbitale dell'asteroide e il valore del rapporto tra le velocità orbitali all'afelio e al perielio. Da quali parametri orbitali dipende il valore di detto rapporto?

**Soluzione**
Detto $\boldsymbol{a}$ il semiasse maggiore dell'orbita, il periodo orbitale $\boldsymbol{T}$ dell'asteroide in anni vale:

$$T = \sqrt{a^3} \simeq \sqrt{364.5} \simeq 19.09\ anni$$

L'eccentricità **e** dell'orbita vale:

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b^2}{a^2}\right)} = \sqrt{1 - \left(\frac{6.943\ UA^2}{51.02\ UA^2}\right)} \simeq 0.9295$$

Dette $\boldsymbol{D_A}, \boldsymbol{V_A}, \boldsymbol{D_P}$ e $\boldsymbol{V_P}$ le distanze e le velocità dell'asteroide all'afelio e al perielio, dalla II legge di Keplero sappiamo che:

$$\mathrm{V_A} \cdot \mathrm{D_A} = \mathrm{V_P} \cdot \mathrm{D_P}$$

quindi:

$$\frac{V_A}{V_P} = \frac{D_P}{D_A} = \frac{a\,(1-e)}{a\,(1+e)} = \frac{1-e}{1+e} \simeq 0.03654 = 3.654 \cdot 10^{-2}$$

Quindi il rapporto delle velocità dipende unicamente dall'eccentricità dell'orbita.

**3.** Un asteroide sferico ha un raggio di 200 km e la sua densità media è pari a quella di Mercurio. Calcolate il valore dell'accelerazione di gravità alla superficie dell'asteroide in $m/s^2$.

**Soluzione**
La massa $\boldsymbol{M}$ di un corpo, nota la sua densità media $\boldsymbol{\rho}$ e il volume $\boldsymbol{V}$, vale:

$$\mathrm{M} = \rho\,\mathrm{V}$$

In particolare, per un asteroide sferico di raggio $\boldsymbol{R_a}$, la sua massa $\boldsymbol{M_a}$ vale:

$$M_a = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R_a^3$$

Il problema si può quindi risolvere calcolando la densità $\boldsymbol{\rho}$ di Mercurio e inserendo il valore ottenuto nella formula per il calcolo della massa dell'asteroide.
In alternativa, detti $\boldsymbol{R_M}$ e $\boldsymbol{M_M}$ il raggio e la massa di Mercurio e $\boldsymbol{\rho_a}$ e $\boldsymbol{\rho_M}$ le densità dell'asteroide e di Mercurio, consideriamo il rapporto tra la massa dell'asteroide e quella di Mercurio:

$$\frac{M_a}{M_M} = \frac{\rho_a \frac{4}{3} \pi R_a^3}{\rho_M \frac{4}{3} \pi R_M^3}$$

Poiché le densità dei due corpi sono uguali avremo infine:

$$M_a = M_M \left(\frac{R_a}{R_M}\right)^3$$

$$M_a \simeq 3.301 \cdot 10^{23} kg \left(\frac{200\ km}{2440\ km}\right)^3 \simeq 3.301 \cdot 10^{23} kg \cdot 5.51 \cdot 10^{-4} \simeq 1.82 \cdot 10^{20} kg$$

Nota la massa possiamo calcolare l'accelerazione di gravità $\mathbf{g_a}$ sulla superficie dell'asteroide:

$$g_a = \frac{G \cdot M_a}{R_a^2} \simeq \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2} \cdot 1.82 \cdot 10^{20}\ kg}{(200 \cdot 10^3\ m)^2} \simeq 0.304\ \frac{m}{s^2}$$

**4.** Calcolare l'accelerazione di gravità al limite superiore della fotosfera solare e quanto dovrebbe valere il raggio della Terra per avere alla sua superficie la stessa accelerazione di gravità.

**Soluzione**
Detti $\boldsymbol{M_\odot}$ la massa del Sole e $\boldsymbol{R_\odot}$ il suo raggio, l'accelerazione di gravità $\boldsymbol{g_\odot}$ alla superficie del Sole è data dalla relazione:

$$g_\odot = \frac{G \cdot M_\odot}{R_\odot^2} \simeq \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2} \cdot 1.989 \cdot 10^{30}\ kg}{(6.955 \cdot 10^8\ \mathrm{m})^2} \simeq \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2} \cdot 1.989 \cdot 10^{30}\ kg}{4.837 \cdot 10^{17}\ m^2} \simeq 274.4\ \frac{m}{s^2}$$

La relazione che lega il raggio della Terra $\boldsymbol{R_T}$ con la sua massa $\boldsymbol{M_T}$ e l'accelerazione di gravità $\boldsymbol{g_T}$ è:

$$R_T = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{g_T}}$$

Se in questa relazione poniamo $\mathbf{g}_{T1} = g_\odot = 274.4\ \frac{m}{s^2}$, otteniamo il raggio $\mathbf{R}_{T1}$ che dovrebbe avere la Terra:

$$R_{T1} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{g_{T1}}} \simeq \sqrt{\frac{6.674 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2} \cdot 5.972 \cdot 10^{24}\ kg}{274.4\ \frac{m}{s^2}}} \simeq 1205 \cdot 10^3\ m \simeq 1205\ km$$

**5.** La forza di gravità che si esercita tra due corpi di forma sferica vale $10^4\ N$. Il primo corpo ha un raggio di 30.20 km e una densità di $1.420\ g/cm^3$, il secondo corpo ha un raggio di 15.10 km e una densità di $3.440\ g/cm^3$. A che distanza si trovano i centri dei due corpi?

**Soluzione**
Esprimiamo le densità dei due corpi in $kg/m^3$ utilizzando il fattore di conversione:

$$\frac{g}{cm^3} = \frac{10^{-3}}{10^{-6}} \frac{kg}{m^3} = 10^3\ \frac{kg}{m^3}$$

Le densità $\boldsymbol{\rho_1}$ e $\boldsymbol{\rho_2}$ dei due corpi valgono quindi:

$$\rho_1 = 1.420\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 1.420\ \cdot\ 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \qquad \rho_2 = 3.440\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 3.440\ \cdot\ 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

Essendo i due corpi sferici con raggi $\mathbf{R_1} = 3.020\ \cdot\ 10^4\ m$ e $\mathbf{R_2} = 1.510\ \cdot\ 10^4\ m$, per le masse $\mathbf{M_1}$ e $\mathbf{M_2}$ otteniamo:

$$M_1 = \rho\ \frac{4}{3}\ \pi\ {R_1}^3\ \simeq 1.420\ \cdot\ 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\ \cdot\ \frac{4}{3}\ \pi\ \cdot\ 2.754\ \cdot\ 10^{13}\ m^3\ \simeq\ 1.638\ \cdot\ 10^{17}\ kg$$

$$M_2 = \rho\ \frac{4}{3}\ \pi\ {R_2}^3\ \simeq 3.440\ \cdot\ 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\ \cdot\ \frac{4}{3}\ \pi\ \cdot\ 3.443\ \cdot\ 10^{12}\ m^3 \simeq\ 4.961\ \cdot\ 10^{16}\ kg$$

Detta **F** la forza tra i due corpi, ricaviamo infine la distanza **d** tra i loro centri dalla legge di Gravitazione Universale:

$$\mathrm{d} = \sqrt{\frac{\mathrm{G\ M_1\ M_2}}{\mathrm{F}}}$$

$$\mathrm{d} \simeq \sqrt{\frac{6.674\ \cdot\ 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg\ s^2}\ \cdot\ 1.638\ \cdot\ 10^{17}\ \mathrm{kg}\ \cdot\ 4.961\ \cdot\ 10^{16}\ \mathrm{kg}}{10^4\ \frac{kg\ m}{s^2}}} \simeq 7.364\ \cdot\ 10^9\ m\ = 7.364\ \cdot\ 10^6\ km$$

**6.** Supponete di raddoppiare la massa del Sole. Mantenendo inalterato il valore dell'UA, quanto varrebbe il nuovo periodo di rivoluzione della Terra? Se invece, mantenendo invariata la massa del Sole, raddoppiasse la massa di Mercurio, quale sarebbe il suo nuovo periodo di rivoluzione, supponendo invariato il semiasse maggiore dell'orbita?

**Soluzione**

Scriviamo la III Legge di Keplero indicando con $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{T}$ i valori attuali del semiasse maggiore dell'orbita e del periodo di rivoluzione della Terra e con $\boldsymbol{M_\odot}$ e $\boldsymbol{M_T}$ le masse del Sole e della Terra. Poiché $\mathrm{M_\odot} \gg \mathrm{M_T}$ avremo:

$$\frac{\mathrm{a^3}}{\mathrm{T^2}} = \frac{\mathrm{G\ (M_\odot\ +\ M_T)}}{4\ \pi^2} \simeq \frac{\mathrm{G\ M_\odot}}{4\ \pi^2}$$

Raddoppiando la massa del Sole e detto $\boldsymbol{T_1}$ il nuovo periodo di rivoluzione della Terra si ha:

$$\frac{\mathrm{a^3}}{\mathrm{T_1}^2} = \frac{\mathrm{G\ (2\ M_\odot\ +\ M_T)}}{4\ \pi^2} \simeq \frac{\mathrm{2\ G\ M_\odot}}{4\ \pi^2} = \frac{\mathrm{G\ M_\odot}}{2\ \pi^2}$$

Dividendo membro a membro queste due relazioni si ottiene il nuovo periodo di rivoluzione della Terra:

$$\frac{\mathrm{T_1^2}}{\mathrm{T^2}} = \frac{1}{2} = 0.5 \qquad \text{da cui:} \qquad \mathrm{T_1} = \mathrm{T}\ \sqrt{0.5} \simeq 0.7071\ anni\ \simeq 258.3\ g$$

Ovviamente si può arrivare alla soluzione calcolando direttamente il nuovo periodo di rivoluzione:

$$\mathrm{T_1} = \sqrt{\frac{2\ \pi^2\ \mathrm{a}^3}{\mathrm{G\ \ M_\odot}}} \simeq \sqrt{\frac{19.74\ \cdot 3.348\ \cdot\ 10^{33}\ m^3}{6.674\ \cdot\ 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg\ s^2} \cdot 1.989\ \cdot\ 10^{30}\ \mathrm{kg}}} \simeq 2.231\ \cdot\ 10^7\ \mathrm{s}\ \simeq 258.3\ \mathrm{g}$$

Detti $\boldsymbol{a_M}$, $\boldsymbol{T_M}$, e $\boldsymbol{M_M}$ i valori attuali del semiasse maggiore dell'orbita, del periodo di rivoluzione e della massa di Mercurio, raddoppiando la massa il periodo di rivoluzione $\boldsymbol{T_{1M}}$ resterebbe invariato, in quanto:

$$\frac{\mathrm{a_M}^3}{\mathrm{T_M}^2} = \frac{\mathrm{G\ (M_\odot\ +\ M_M)}}{4\ \pi^2}\ \simeq \frac{\mathrm{G\ M_\odot}}{4\ \pi^2}$$

$$\frac{a_M{}^3}{T_1{}^2} = \frac{G\,(M_\odot\ +\ 2\,M_M)}{4\,\pi^2} \simeq \frac{G\,M_\odot}{4\,\pi^2}$$

**7.** La Stazione Spaziale Internazionale (ISS) orbita intorno alla Terra a un'altezza di 412 km. Calcolate il suo periodo di rivoluzione. Supponete di mettere in orbita la ISS alla stessa altezza dal suolo attorno al pianeta Mercurio. Quanto varrebbe il suo periodo di rivoluzione?

**Soluzione**

Detti $\boldsymbol{R_T}$ e $\boldsymbol{M_T}$ il raggio e la massa della Terra e $\boldsymbol{h}$ l'altezza della ISS dalla superficie, otteniamo il periodo di rivoluzione attorno alla Terra, $\boldsymbol{P_{ISS-T}}$, dalla III legge di Keplero generalizzata:

$$P_{ISS-T} = \sqrt{\frac{4\,\pi^2\ \cdot\ (R_T + h)^3}{G\ \cdot\ M_T}} \simeq$$

$$\simeq \sqrt{\frac{39.48\ \cdot 3.13\ \cdot\ 10^{20}\,m^3}{6.674\ \cdot\ 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2} \cdot 5.972\ \cdot\ 10^{24}\,kg}} \simeq \sqrt{31.0 \cdot 10^6\,s^2} \simeq 5570\,s \simeq 92.8\,minuti \simeq 1h\,33m$$

Detti $\boldsymbol{R_M}$ e $\boldsymbol{M_M}$ il raggio e la massa di Mercurio, ponendo la ISS in orbita attorno a Mercurio alla stessa altezza $\boldsymbol{h}$ dal suolo, il periodo $\boldsymbol{P_{ISS-M}}$ sarebbe:

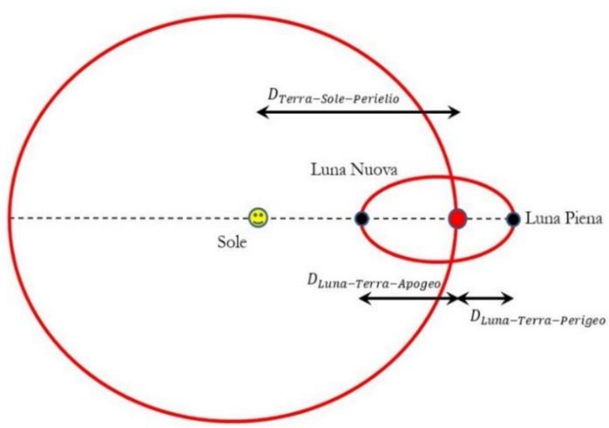
$$P_{ISS-M} = \sqrt{\frac{4\,\pi^2\ \cdot\ (R_M + h)^3}{G\ \cdot\ M_M}} \simeq$$

$$\simeq \sqrt{\frac{39.48\ \cdot 2.32\ \cdot\ 10^{19}\,m^3}{6.674\ \cdot\ 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2} \cdot 3.301\ \cdot\ 10^{23}\,kg}} \simeq \sqrt{41.6 \cdot 10^6\,s^2} \simeq 6450\,s \simeq 107m\ \simeq 1h\,47m$$

Il periodo sarebbe quindi più lungo pur essendo la lunghezza l'orbita più corta, questo perché Mercurio ha una massa molto minore di quella della Terra.

**8.** Calcolate, trascurando l'inclinazione dell'orbita lunare sull'eclittica, la distanza minima della Luna Piena e della Luna Nuova dal Sole. Per le eccentricità si assumano i valori: $e_L = 0.05490$ per l'orbita della Luna attorno alla Terra ed $e_T = 0.01671$ per l'orbita della Terra attorno al Sole.

**Soluzione**




La Luna è Piena quando vista dalla Terra è in direzione opposta al Sole. La sua distanza minima dal Sole $\mathbf{D_{m-LP-\odot}}$ si ha quando la Terra è al perielio e la Luna Piena al perigeo (vedere il disegno, non in scala, a sinistra). Detti $\boldsymbol{a_T}$ e $\boldsymbol{a_L}$ i semiassi maggiori delle orbite della Terra e della Luna, per la distanza della Terra dal Sole al perielio $\mathbf{D_{T\odot-P}}$ e per la distanza della Luna dalla Terra al perigeo $\mathbf{D_{LT-P}}$ si ha:

$$D_{T\odot-P}\ =\ a_T\,(1 - e_T) \simeq 147.1\ \cdot\ 10^6\,km$$

$$D_{LT-P}\ =\ a_L\,(1 - e_L) \simeq 363.3\ \cdot\ 10^3\,km$$

e quindi:

$$D_{m-LP-\odot}\ =\ D_{T\odot-P}\ +\ D_{LT-P}\ \simeq 147.5\ \cdot 10^6\,km$$

La Luna è Nuova quando si trova nella stessa direzione e dalla stessa parte del Sole rispetto alla Terra. La sua distanza minima dal Sole $\mathbf{D_{m-LN-\odot}}$ si avrà quando la Terra è al perielio e la Luna all'apogeo. Per la distanza della Luna dalla Terra al perigeo $\mathbf{D_{LT-A}}$ si ha:

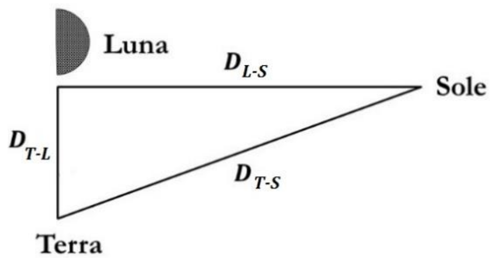
$$\mathrm{D_{LT-A}} = a_L\,(1+e_L) \simeq 405.5 \cdot 10^3\ km$$

e quindi:

$$\mathrm{D_{m-LN-\odot}} = \mathrm{D_{T\odot-P}} - \mathrm{D_{LT-A}} \simeq 146.7 \cdot 10^6\ km$$

**9.** Calcolare la distanza media Luna-Sole quando la Luna è al primo quarto vista dalla Terra.

**Soluzione**




Quando la Luna è al primo quarto Terra, Luna e Sole si trovano ai vertici di un triangolo rettangolo, con la Luna in corrispondenza all'angolo retto.
Detti $\boldsymbol{D_{T-L}}$ la distanza media Terra-Luna, $\boldsymbol{D_{T-S}}$ la distanza media Terra-Sole e $\boldsymbol{D_{L-S}}$ la distanza media Luna-Sole, dal teorema di Pitagora si ha:

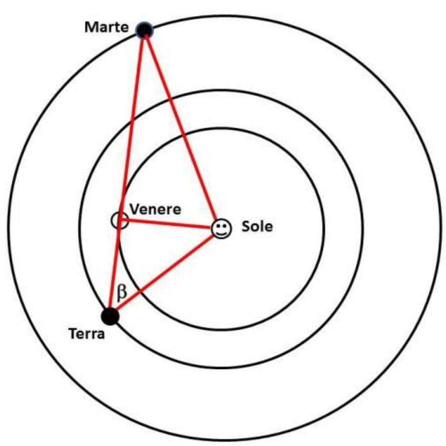
$$\boldsymbol{D_{L-S}} = \sqrt{\boldsymbol{D_{T-S}}^2 - \boldsymbol{D_{T-L}}^2} \simeq$$

$$\simeq \sqrt{2.238 \cdot 10^{16}\ \mathrm{km}^2 - 1.478 \cdot 10^{11}\ \mathrm{km}^2} \simeq 149.6 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$$

Come si può notare, a questi livelli di accuratezza il valore ottenuto per la distanza della Luna dal Sole risulta essere uguale a quello della distanza Terra-Sole. Questo a causa del fatto che la distanza Terra-Luna è quasi 400 volte più piccola della distanza della Terra dal Sole.

**10.** Osservate una configurazione planetaria molto particolare, con Venere al tramonto alla massima elongazione e angolarmente vicinissimo (in congiunzione) con Marte. Calcolate la distanza Terra-Marte in quel momento, assumendo tutte le orbite circolari e trascurando le loro inclinazioni sull'eclittica.
Suggerimento: realizzate un disegno (in scala) dell'orbita dei tre pianeti attorno al Sole. Posizionate i pianeti assumendo che Venere e Marte siano angolarmente così vicini da poter essere collocati sulla stessa retta.

**Soluzione**




Quando Venere è a una massima elongazione, la retta Terra-Venere è tangente all'orbita di Venere. Con le approssimazioni usate possiamo assumere che Sole, Terra, Venere e Marte si trovino ai vertici di due triangoli rettangoli, con il lato Venere-Sole in comune. Nel disegno a sinistra vediamo la configurazione corrispondente a una massima elongazione est di Venere. Detti **VT** la distanza Terra-Venere, **MV** la distanza Marte-Venere, **VS** la distanza Venere-Sole, **MS** la distanza Marte-Sole, **TS** la distanza Terra-Sole e **MT** la distanza Marte-Terra possiamo risolvere il problema con il teorema di Pitagora.

$$\mathrm{VT} = \sqrt{\mathrm{TS}^2 - \mathrm{VS}^2} \simeq$$

$$\simeq \sqrt{2.238 \cdot 10^{16}\ \mathrm{km}^2 - 1.171 \cdot 10^{16}\ \mathrm{km}^2} \simeq 103.3 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$$

$$\mathrm{MV} = \sqrt{\mathrm{MS}^2 - \mathrm{VS}^2} \simeq \sqrt{5.194 \cdot 10^{16}\ \mathrm{km}^2 - 1.171 \cdot 10^{16}\ \mathrm{km}^2} \simeq 200.6 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$$

$$\mathrm{MT} = \mathrm{VT} + \mathrm{MV} \simeq 103.3 \cdot 10^6 \text{ km} + 200.6 \cdot 10^6 \text{ km} \simeq 303.9 \cdot 10^6 \text{ km}$$

**11.** Calcolate il peso sulla superficie di Marte di un corpo di massa pari a 1 kg.

**Soluzione**
Detti $\boldsymbol{M_M}$ e $\boldsymbol{R_M}$ la massa e il raggio di Marte, l'accelerazione di gravità $\boldsymbol{g_M}$ sulla superficie di Marte vale:

$$\mathrm{g_M} = \frac{\mathrm{G} \cdot \mathrm{M_M}}{\mathrm{R_M}^2} \simeq \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \dfrac{m^3}{kg\, s^2} \cdot 6.417 \cdot 10^{23}\, kg}{(3397 \cdot 10^3\, m)^2} \simeq 3.711 \frac{m}{s^2}$$

Quindi il peso $\boldsymbol{P}$ di un corpo di massa $\boldsymbol{m}$ pari a 1 kg è:

$$P = m \cdot g_M \simeq 1\, kg \cdot 3.711 \frac{m}{s^2} \simeq 3.711\, N$$

**Nota.**
Per confronto si consideri che una massa di 1 kg sulla Terra pesa 9.807 N.

**12.** Due astronauti che si trovano sulla superficie di Marte cercano di sollevare un veicolo la cui massa è di 255.1 kg. Che forza totale minima devono applicare?

**Soluzione**
Per sollevare il veicolo i due astronauti devono applicare una forza verso l'alto appena maggiore della forza peso. Detti rispettivamente $\mathbf{g_M}$, $\mathbf{M_M}$, e $\mathbf{R_M}$ l'accelerazione di gravità in superficie, la massa e il raggio di Marte, il peso **P** di un corpo di massa **m** è dato da:

$$\mathrm{P} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{g_M} = \mathrm{m} \cdot \frac{\mathrm{G\, M_M}}{\mathrm{R_M}^2} \simeq 255.1 \text{ kg} \cdot \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \dfrac{m^3}{kg\, s^2} \cdot 6.417 \cdot 10^{23}\, kg}{(3397 \cdot 10^3\, m)^2} \simeq 946.8\, N$$

Quindi i due astronauti dovranno applicare una forza totale **F** tale che:

$$F > m \cdot g_M$$

ovvero:

$$F > 946.8\, N$$

**13.** A quale distanza dalla superficie della Terra un uomo con massa di 80.0 kg ha un peso di 600 N?

**Soluzione**
Detta **g** l'accelerazione di gravità, il peso **P** è dato dalla relazione: P = m g. Detta **r** la distanza dal centro della Terra, per avere P = 600 N occorre che l'accelerazione di gravità $\mathbf{g_r}$ sia:

$$\mathrm{g_r} = \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{m}} = \frac{600 \dfrac{kg\, m}{s^2}}{80.0 \text{ kg}} = 7.50 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Detta **h** l'altezza sulla superficie e **R** e $\mathbf{M_T}$ raggio e massa della Terra, si ha: r = R + h e quindi:

$$\mathrm{g_r} = \frac{\mathrm{G\, M_T}}{\mathrm{r}^2} = \frac{\mathrm{G\, M_T}}{(\mathrm{R+h})^2}$$

Risolvendo rispetto ad **h** si ha:

$$(\mathrm{R} + \mathrm{h})^2 = \frac{\mathrm{G\, M_T}}{\mathrm{g_r}} \qquad \text{da cui: } \mathrm{R} + \mathrm{h} = \sqrt{\frac{\mathrm{G\, M_T}}{\mathrm{g_r}}} \qquad \text{e infine: } \mathrm{h} = \sqrt{\frac{\mathrm{G\, M_T}}{\mathrm{g_r}}} - \mathrm{R}$$

$$h \simeq \sqrt{\frac{6.674 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2} \cdot 5.972 \cdot 10^{24}\, kg}{7.50\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} - 6378 \cdot 10^3\, km \simeq 912 \cdot 10^3\, m = 912\, km$$

**Nota:**
Sulla superficie della Terra una massa di 80.0 kg ha un peso di 784 N.

**14.** Sapendo che un pianeta esploderà tra 24 ore, lo abbandonate viaggiando per 24 ore fino a fermarvi alla distanza di sicurezza di 37.9 UA. A che velocità media (espressa in km/s e in frazione della velocità della luce) avete viaggiato? Dopo quanto tempo dal momento in cui vi siete fermati assisterete all'esplosione?
**Soluzione**
Se lo spazio di 37.9 UA è stato percorso in 24 ore, la velocità media $\mathbf{v_m}$ è stata:

$$\mathrm{v_m} = \frac{37.9\ \mathrm{UA}}{24\ \mathrm{h}} \simeq \frac{5.67 \cdot 10^9\ \mathrm{km}}{86400\ \mathrm{s}} \simeq 6.56 \cdot 10^4\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} \simeq 0.219\ \mathrm{c}$$

Alla distanza di 37.9 UA la luce prodotta dall'esplosione vi raggiungerà dopo un tempo:

$$\mathrm{t} = \frac{37.9\ \mathrm{UA}}{\mathrm{c}} \simeq 1.89 \cdot 10^4\ \mathrm{s} \simeq 5\mathrm{h}\ 15\mathrm{m}$$

**15.**

La foto a sinistra mostra il pianeta Venere osservato dalla Terra all'inizio del mese di giugno 2020. Il Sole illumina direttamente il bordo a destra di Venere, mentre il bordo sinistro risulta appena visibile grazie alla luce diffusa dall'atmosfera del pianeta.
1) A quale delle seguenti configurazioni era più vicina Venere? Giustificate la vostra risposta.
a) massima elongazione est; b) massima elongazione ovest;
c) congiunzione inferiore; d) congiunzione superiore.
2) A quale dei seguenti valori era più prossima la distanza Venere-Terra quando è stata scattata la foto?
a) 0.277 UA b) 0.695 UA c) 1.72 UA

**Soluzione**
1) Congiunzione inferiore.
Ciò in quanto Venere appare quasi in fase "nuova" con solo una piccolissima porzione direttamente illuminata. Alle massime elongazioni Venere appare in fase di "primo quarto" o di "ultimo quarto", mentre quando si avvicina alla congiunzione superiore la sua fase è prossima a "piena".
2) 0.277 UA.
Infatti in congiunzione inferiore, considerando orbite circolari, la distanza $\boldsymbol{D_{VT}}$ Venere-Terra è data semplicemente dalla differenza tra i semiassi maggiori dell'orbita della Terra $\boldsymbol{a_T}$ e di Venere $\boldsymbol{a_V}$ :

$$\mathrm{D_{VT}} = \mathrm{a_T} - \mathrm{a_V} \simeq 149.6 \cdot 10^6\ \mathrm{km} - 108.2 \cdot 10^6\ \mathrm{km} \simeq 41.4 \cdot 10^6\ \mathrm{km} \simeq 0.277\ \mathrm{UA}$$