XIX Olimpiadi Italiane di Astronomia

Corso di preparazione alla Gara Interregionale

Categoria Senior – Lezione 3

Problema 1

Il 21 marzo 2013 un osservatore nei pressi di Catania (λ = 15° 4' 27'') ha visto la Luna sorgere sul mare alle 19:00. Sapendo che in quella data era in vigore l'ora legale, stimate la fase della Luna quando quest'osservazione è stata fatta. Valutate come i dati forniti concorrono in modo significativo alla corretta soluzione.

Soluzione

Il 21 marzo il Sole si trova in prossimità del Punto γ e quindi la sua declinazione è circa zero. In questo periodo dell'anno la lunghezza del giorno è pari a quella della notte a tutte le latitudini e il Sole tramonta, per un osservatore posto al centro di un dato fuso orario, alle 18, ovvero alle 19 se è in vigore l'ora legale.

Poiché la Luna sorgeva quando il Sole tramontava, si trovava in direzione opposta al Sole e quindi la sua fase era molto prossima a piena.

Importanza dei dati:

- Dalla data del 21 marzo ricaviamo che la declinazione del Sole era prossima a 0°.
- Dalla longitudine di Catania deduciamo che la differenza dell'ora locale rispetto all'ora solare del meridiano centrale è piccola.
- Dal sapere che era in vigore l'ora legale deduciamo che il Sole tramontava alle 19:00.
- Dal sapere che la Luna sorgeva dal mare possiamo escludere l'osservatore avesse avuto davanti a sé delle montagne o altre ostruzioni, che avrebbero comportato vederla sorgere più tardi.

Problema 2

Dimostrare che da Catania ($\varphi = +37° 31'$) non si può osservare la Luna passare allo Zenith. Per la soluzione si ricordi che l'orbita della Luna è inclinata di circa 5° rispetto all'eclittica. In quali regioni della Terra si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre?

Soluzione.

Una sorgente estesa si dice che passa allo zenith se copre lo zenith con almeno una parte del suo disco. In media il disco lunare ha una dimensione angolare $\boldsymbol{\alpha_L} \simeq 32'$

A Catania l'altezza massima dell'equatore celeste sull'orizzonte $\mathbf{h_{max-eq-CT}}$ vale:

$$h_{max-eq-CT} = 90° - \varphi = 90° - 37°\,31' = 52°\,29'$$

Detta $\boldsymbol{\varepsilon}$ l'obliquità dell'eclittica, a Catania l'altezza massima dell'eclittica $\mathbf{h_{max-ecl-CT}}$ vale:

$$h_{max-ecl-CT} = h_{max-eq-CT} + \varepsilon = 52°\,29' + 23°\,26' = 75°\,55'$$

Poiché la Luna si trova fino a 5° sopra l'eclittica, a Catania la sua altezza massima $\mathbf{h_{max-L-CT}}$ vale :

$$h_{max-L-CT} = h_{max-ecl-CT} + 5° = h_{max-eq-CT} + \varepsilon + 5° = 90° - \varphi + \varepsilon + 5° = 80°\,55'$$

Quindi a Catania la Luna non può raggiungere lo zenith.

In generale per una località a latitudine φ nell'emisfero boreale, l'altezza massima del bordo superiore della Luna $\boldsymbol{h_{max-L}}$ vale:

$$h_{max-L} = 90° - \varphi + \varepsilon + 5° + \frac{\alpha_L}{2}$$

Ponendo $h_{max} = 90°$, otteniamo la latitudine massima $\boldsymbol{\varphi_{max}}$ alla quale la Luna passa allo zenith:

$$\varphi_{max} = 90° - 90° + \varepsilon + 5° + \frac{\alpha_L}{2} \simeq 28°\,42'$$

Per latitudini inferiori la Luna passerà oltre lo zenith. Poiché considerazioni analoghe valgono per un osservatore nell'emisfero Sud, concludiamo che si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre, per tutte le località per cui $28°\,42' > \varphi > -28°\,42'$

Problema 3

Nel 1100 A.C. degli astronomi cinesi misurarono l'altezza massima del Sole al meridiano ai solstizi, ottenendo $h_{21giugno} = 79°\ 7'$ e $h_{21dicembre} = 31°\ 19'$. In entrambi i casi il Sole era a Sud dello Zenith. A quale latitudine furono eseguite queste osservazioni? Quanto valeva all'epoca l'obliquità dell'eclittica?

Soluzione.

Dette $\boldsymbol{\varepsilon}$ l'obliquità dell'eclittica e $\boldsymbol{\varphi}$ la latitudine del luogo, poiché il Sole culminava a sud dello zenith, l'altezza massima al solstizio d'estate $\boldsymbol{h_{\odot 21\,giugno}}$ e a quello d'inverno $\boldsymbol{h_{\odot 21\,dicembre}}$ sono date dalle relazioni:

$$h_{\odot 21\,\text{giugno}} = 90° - \varphi + \varepsilon \qquad\qquad h_{\odot 21\,\text{dicembre}} = 90° - \varphi - \varepsilon$$

Quindi sottraendo membro a membro risulta che:

$$\varepsilon = \frac{h_{21\,\text{giugno}} - h_{21\,\text{dicembre}}}{2} = \frac{79°\,7' - 31°\,19'}{2} = 23°\,54'$$

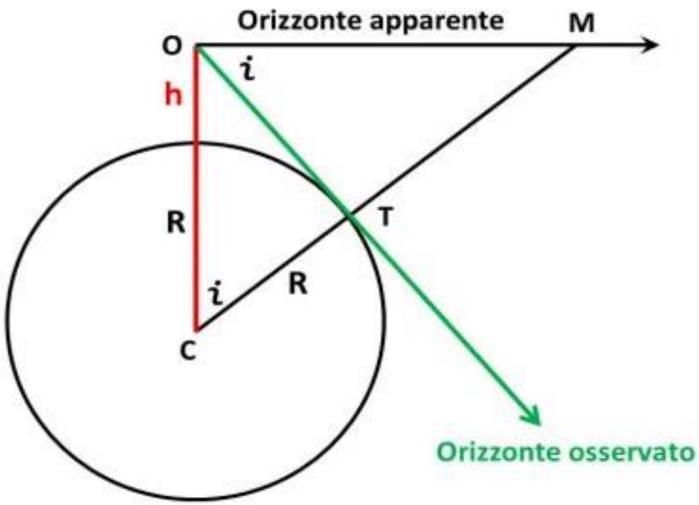
e inoltre:

$$\varphi = 90° - h_{21\,\text{giugno}} + \varepsilon = 90° - 79°\,7' + 23°\,54' = 34°\,47'$$

Notiamo che il valore dell'obliquità dell'eclittica dall'anno 1100 A.C. a oggi è diminuito di 28'.

Problema 4

Dal punto più alto di un atollo posto all'equatore la Stella Polare ($\boldsymbol{\delta}_{2016} \simeq 89°\ 16'$) risulta circumpolare. Calcolare l'altezza minima dell'atollo.



Detta $\boldsymbol{\varphi}$ la latitudine, l'altezza minima della Polare all'equatore $\boldsymbol{h_{min}}$ trascurando la precessione varrebbe:

$$h_{min} = \varphi - 90° + \delta \simeq 0° - 90° + 89°\,16' \simeq -44'$$

Tuttavia la rifrazione abbassa l'orizzonte di un angolo che vale r $\simeq 35'$, per cui in realtà:

$$h_{min} = \varphi - 90° + \delta - r \simeq 0° - 90° + 89°\,16' - 35' \simeq -9'$$

Quindi per rendere la Polare circumpolare l'altezza minima dell'atollo **h** dovrà produrre un'ulteriore depressione **i** della linea dell'orizzonte di:

$$i \simeq 9' \simeq 0°.15$$

Detta **h** l'altezza minima dell'atollo (cioè l'altezza per cui la Polare è appena circumpolare, ovvero la sua altezza quando transita al meridiano in direzione nord è appena maggiore di zero) e **R** il raggio della Terra si ha:

$$\cos i = \frac{R}{R+h}$$

e infine:

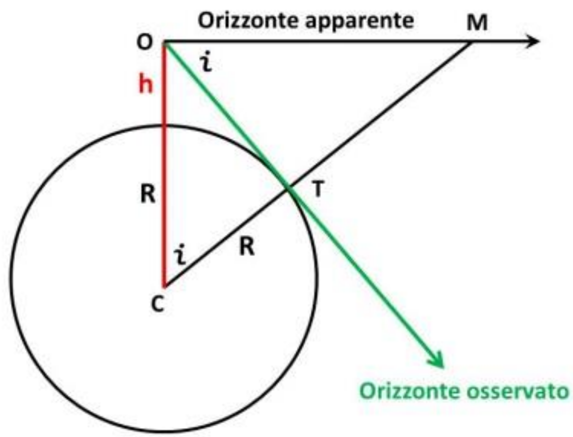
$$h = \frac{R}{\cos i} - R \simeq \frac{6378 \cdot 10^3\ m}{\cos 0°.15} - 6378 \cdot 10^3\ m \simeq 22\ m$$

Problema 5

A partire da quale altezza sulla superfice della Terra la depressione dell'orizzonte causata dall'altezza supera quella dovuta alla rifrazione atmosferica? Quanto vale la massima depressione dell'orizzonte osservabile sulla Terra?

Soluzione.

Assumendo per la rifrazione all'orizzonte un valore medio $d = 35'$ e detto **R** il raggio della Terra, poichè:



$$\cos i = \frac{R}{R+h}$$

Il valore **h** cercato sarà quello per cui:

$$h > \frac{R}{\cos 35'} - R \simeq \frac{6378 \cdot 10^3\ m}{\cos 0°58} - 6378 \cdot 10^3\ m \simeq 327\ m$$

La massima elevazione della Terra è il monte Everest (H ≃ 8848 m), dalla cui vetta

$$\mathrm{i} \simeq \arccos \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R} + H} \simeq \arccos \frac{6378 \cdot 10^3\ \mathrm{m}}{6378 \cdot 10^3\ \mathrm{m} + 8848\ \mathrm{m}} \simeq 3° \, 1'$$

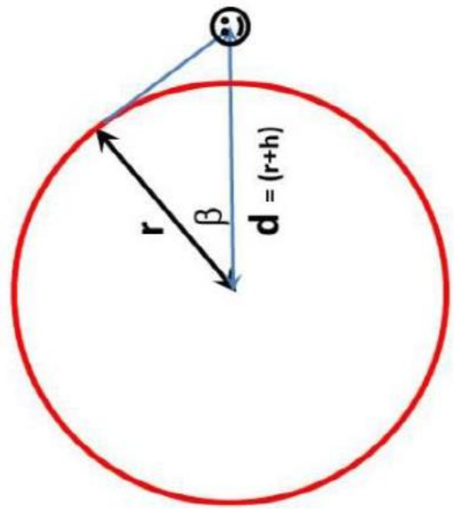
e quindi detto **D** il valore della depressione dell'orizzonte dalla cima del monte Everest sarà:

$$\mathrm{D} \simeq \mathrm{d} + \mathrm{i} \simeq 3° \, 36'$$

Problema 6

Transitando sopra il Polo Nord, un astronauta nota che può vedere la città di Anchorage (φ = 61° 13’ N, λ = 149° 43’ O). A che altezza minima deve trovarsi l’astronauta? Si trascurino gli effetti della rifrazione.

Soluzione.



Poiché l’astronauta si trova sulla verticale del Polo, l’angolo limite di osservabilità coincide con la latitudine del luogo, la cui colatitudine **β** vale:

$$\beta = 90° - \varphi = 28° \, 47' \simeq 28°.78$$

L’altezza minima **h** è quindi quella da cui è possibile osservare due punti sulla superficie della Terra, di cui il primo sotto l’osservatore, separati da tale distanza angolare. Detto **r** il raggio della Terra si ha:

$$r = (r + h) \cos \beta$$

da cui:

$$h = \frac{r}{\cos \beta} - r \simeq \frac{6378 \, km}{\cos(28°.78)} - 6378 \, km \simeq 900 \, km$$

Problema 7

Si dice che il Sole è allo zenith se copre lo zenith con almeno una parte del suo disco. In che periodo dell'anno è possibile osservare un tale evento in una località posta all'equatore e in una posta sul Tropico del Cancro? Di quanto può variare la declinazione del Sole nei due casi?

Soluzione.

Le dimensioni apparenti medie del Sole sono $\alpha_{\odot} \simeq 32'$. Detta $\delta_{\odot}$ la declinazione del centro del Sole, la relazione che fornisce l'altezza massima del bordo superiore del Sole $\boldsymbol{h}_{\mathbf{max}\odot}$ in una località a latitudine φ è:

$$\mathrm{h}_{\max\odot} = 90° - \varphi + \delta_{\odot} + \frac{\alpha_{\odot}}{2}$$

All'equatore il Sole comincia a passare allo zenith quando la declinazione del centro $\delta_{\odot-1}$ vale:

$$\delta_{\odot-1} = \mathrm{h}_{\max\odot} - 90° + \varphi - \frac{\alpha_{\odot}}{2} \simeq 90° - 90° + 0° - 16' \simeq -16'$$

e, se la declinazione aumenta, non passa più allo zenit quando la declinazione del centro $\delta_{\odot-2}$ vale:

$$\delta_{\odot-2} = \mathrm{h}_{\max\odot} - 90° + \varphi + \frac{\alpha_{\odot}}{2} \simeq 90° - 90° + 0° + 16' \simeq 16'$$

Quindi all'equatore il Sole passa allo zenith in prossimità degli equinozi, per una variazione totale di declinazione: $\Delta\delta_{Sole} \simeq 64'$ (32' quando la sua declinazione passa da negativa a positiva e altri 32' quando la sua declinazione passa da positiva a negativa).

Al Tropico del Cancro il Sole comincerà a passare allo zenith quando la declinazione del centro $\delta_{\odot-3}$ vale:

$$\delta_{\odot-3} = \mathrm{h}_{\max\odot} - 90° + \varphi - \frac{\alpha_{\odot}}{2} \simeq 90° - 90° + 23°\,26' - 16' \simeq 23°\,10'$$

raggiunto il massimo a $\delta_{\odot}$ =+23° 26' la declinazione comincerà a diminuire, quindi il Sole non passerà più allo zenit quando la declinazione del centro $\delta_{\odot-4}$ vale:

$$\delta_{\odot-4} = \mathrm{h}_{\max\odot} - 90° + \varphi - \frac{\alpha_{\odot}}{2} \simeq 90° - 90° + 23°\,26' - 16' \simeq 23°\,10'$$

Quindi al Tropico del Cancro il Sole passa allo zenith in prossimità del solstizio d'estate, per una variazione totale di declinazione: $\Delta\delta_{Sole} = 32'$ (16' quando la sua declinazione è in aumento fino al massimo possibile di 23° 26' e altri 16' quando la sua declinazione è in diminuzione).

Problema 8

Quanto dovrebbe valere l'obliquità **ε** dell'eclittica per poter osservare da Catania ($\varphi = +37° 31'$) il 21 giugno alla mezzanotte il Sole esattamente all'orizzonte (fenomeno del "Sole di mezzanotte")? Quanto varrebbe con questo valore di obliquità l'altezza del Sole al meridiano sud di Catania ai solstizi e agli equinozi? Trascurate gli effetti della rifrazione e le dimensioni apparenti del Sole (si consideri cioè il centro del Sole).

Soluzione.

La condizione richiesta equivale a poter osservare da Catania il Sole circumpolare quando la sua declinazione $\mathbf{d_\odot}$ è massima, cioè quando $d_\odot = \varepsilon$. Una stella è circumpolare quando $\boldsymbol{\delta} \geq 90 - \boldsymbol{\varphi}$. Quindi a Catania il Sole alla sua massima declinazione risulterebbe circumpolare per:

$$\varepsilon = 90° - \varphi = 90° - 37° 31' = 52° 29'$$

L'altezza di una stella con declinazione **δ** al meridiano sud è la sua altezza massima $\mathbf{h_{max}}$ ed è data dalla relazione: $h_{max} = 90 - \varphi + \delta$.

Con il valore ricavato per ε, nel caso del Sole ai solstizi e agli equinozi δ vale:

δ solstizio d'estate = ε = 52° 29'

δ equinozio di autunno = 0° (il Sole sta sull'equatore celeste)

δ solstizio d'inverno = - ε = - 52° 29'

δ equinozio di primavera = 0° (il Sole sta sull'equatore celeste)

Con il valore di obliquità che rende il Sole circumpolare a Catania il 21 giugno avremo:

h_{max} solstizio d'estate = $90 - \varphi + \varepsilon = 90° - 37° 31' + 52° 29' = 104° 58'$ (Sole oltre lo zenith)

h_{max} equinozio di autunno = $90 - \varphi + \delta = 90° - 37° 31' + 0 = 52° 29'$

h_{max} solstizio d'inverno = $90 - \varphi - \varepsilon = 90° - 37° 31' - 52° 29' = 0°$ (il Sole sta sull'orizzonte)

h_{max} equinozio di primavera = $90 - \varphi + \delta = 90° - 37° 31' + 0 = 52° 29'$

Quindi avremo il fenomeno del Sole di mezzanotte il 21 giugno, ma il Sole sarebbe al massimo sull'orizzonte (trascurando le dimensioni angolari) al solstizio di inverno. Notiamo che l'altezza massima agli equinozi resta invariata, in quando trovandosi sull'equatore celeste la declinazione non dipende da ε.

Problema 9

Come variano le coordinate equatoriali e altazimutali di un satellite posto in un'orbita geostazionaria?

Soluzione.

I satelliti geostazionari occupano posizioni fisse su un'orbita equatoriale posta a circa 36000 km di altezza dal suolo.

Poiché il suo periodo di rivoluzione a pari a un giorno siderale, un satellite geostazionario appare immobile nel cielo per un osservatore sulla superficie della Terra, quindi le sue coordinate altazimutali e la sua declinazione non cambiano al passare del tempo.

L'ascensione retta invece aumenta a causa della rotazione della Terra. In ogni istante è pari al tempo siderale locale (LST), corretto per la distanza apparente del satellite dal meridiano del luogo espressa in tempo. La correzione è positiva se il satellite è visto a est del meridiano, negativa se è visto a ovest.

Inoltre, a causa della differenza tra giorno solare medio e giorno siderale, dopo 24h di tempo solare medio l'ascensione retta sarà aumentata di circa 3m e 56s rispetto al giorno precedente.

Nota: I satelliti geostazionari sono visibili da ogni punto della superficie della Terra, a parte le regioni con latitudine maggiore di circa 81° e minore di circa -81°.

Problema 10

La precessione degli equinozi è la variazione dell'orientamento dell'asse di rotazione terrestre la cui proiezione sulla sfera celeste descrive un'immaginaria circonferenza in circa 25800 anni. Nel 2100 la proiezione dell'asse terrestre sulla sfera celeste arriverà alla minima distanza da quella che chiamiamo "Stella Polare", che avrà declinazione $\delta\text{Polare}_{2100}$ = +89° 32', mentre nel 2800 A.C. si trovava alla minima distanza da Thuban (= α Draconis) che aveva $\delta\text{Thuban}_{-2800}$ = +89° 48'. Considerando che nell'anno 2000 le declinazioni delle due stelle erano, rispettivamente, $\delta\text{Polare}_{2000}$ = +89°16' e $\delta\text{Thuban}_{2000}$ = +64° 22', calcolare l'altezza massima sull'orizzonte di quella che oggi chiamiamo "Stella Polare" nel 2800 A.C. per un osservatore posto a Cremona (φ = +45° 8'). Trascurate gli effetti dovuti al moto proprio delle due stelle.

Soluzione.

L'altezza massima $\boldsymbol{h}_{\mathbf{max}}$ di una stella con declinazione **δ** sull'orizzonte si ha in corrispondenza del suo passaggio al meridiano in direzione sud e da una località con declinazione φ vale:

$$\mathrm{h_{max}} = 90° - \varphi + \delta \qquad \text{se } \varphi > \delta$$
$$\mathrm{h_{max}} = 90° + \varphi - \delta \qquad \text{se } \varphi < \delta$$

Nel primo caso la stella culmina più a sud dello zenit, nel secondo la stella culmina più a nord dello zenith e l'altezza viene contata dal punto cardinale nord.

Trascurando gli effetti del moto proprio, la distanza in declinazione Δδ tra le due stelle rimane invariata nel tempo e vale:

$$\Delta\delta = \delta Polare_{2000} - \delta Thuban_{2000} = \delta Thuban_{-2800} - \delta Polare_{-2800} = 89°\,16' - 64°22' = 24°\,54'$$

con Thuban che si trovava a 12' dal polo celeste. La declinazione della Polare nel 2800 A.C. era quindi:

$$\delta Polare_{-2800} = 90° - \Delta\delta - 12' = 90° - 24°\,54' - 12' = 64°\,54'$$

Poiché $\delta Polare_{-2800} > \varphi$, a Cremona la polare culminava oltre lo zenith e quindi l'altezza massima sull'orizzonte $\mathbf{hPol}\boldsymbol{are}_{\mathbf{max-2800}}$ valeva:

$$\mathrm{hPolare_{max-2800}} = 90° + \varphi - \delta Polare_{-2800} = 90° + 45°\,8' - 64°\,54' = 70°\,14'$$

Problema 11

Considerate due osservatori posti all'altezza del suolo uno al Polo Nord e l'altro all'Equatore. Calcolate, trascurando l'assorbimento della luce da parte dell'atmosfera, il numero di stelle visibili a occhio nudo che diventano circumpolari per i due osservatori a causa della rifrazione (Area esterna di un cilindro = 2 π R h; Area angolare della sfera celeste, in assenza di rifrazione, A = 41253 gradi quadrati).

Soluzione.

Assumiamo che le stelle visibili a occhio nudo, circa 6000, siano distribuite in modo uniforme sulla volta celeste. Al Polo Nord la rifrazione renderà visibile una "cintura" con 35' di altezza lungo tutto l'orizzonte. Il numero di stelle contenuto in detta cintura rispetto al totale delle stelle visibili a occhio nudo è pari al rapporto **K** tra l'area della cintura e l'area di tutta la sfera celeste. Poiché l'angolo di rifrazione è molto piccolo, possiamo approssimare la cintura con un cilindro avente lo stesso raggio della sfera celeste e la cui altezza **h** sottende un angolo di 35'. Si avrà quindi:

$$h = R \tan 35' \qquad\qquad K = \frac{2\,\pi\,R\,h}{2\,\pi\,R^2} \simeq \frac{2\,\pi\,R\,\cdot R \tan 35'}{4\,\pi\,R^2} \simeq \frac{1}{2}\tan 35' \simeq 0.005$$

Quindi il numero $\mathbf{N_{polo}}$ di stelle visibili a occhio nudo che diventeranno circumpolari al Polo Nord sarà:

$$N_{Polo} = 6000\,K \simeq 30$$

Nota: in realtà il numero di stelle realmente visibili sarà molto minore, in pratica zero, a causa dell'assorbimento atmosferico che in prossimità dell'orizzonte supera le 5 magnitudini.

All'Equatore la rifrazione renderà visibili solo due piccole aree circolari con raggio r = 35' centrate sui due poli celesti. La somma **a** di queste due piccole aree vale:

$$a = 2\,\pi\,r^2 \simeq 2 \text{ gradi quadrati}$$

Il rapporto **A** tra quest'area e quella totale della sfera celeste e il numero di stelle $\mathbf{N_{equatore}}$ valgono:

$$A \simeq \frac{2}{41253} \simeq 5 \cdot 10^{-5} \qquad\qquad N_{equatore} = 6000\,A \simeq 0.3 \simeq 0$$

Quindi all'Equatore nessuna stella visibile a occhio nudo diventa circumpolare a causa della rifrazione.

Problema 12

Osservata da Perugia l'8/4/2020 la Luna è stata piena alle 04:36 e in quel momento la sua ascensione retta era: AR = 13h 14m. Per lo stesso osservatore calcolate: a) la data e l'ora della Luna piena successiva a quella dell'8 aprile 2020; b) l'ascensione retta della Luna piena successiva a quella dell'8 aprile 2020. Considerate circolari le orbite della Terra e della Luna e trascurate la variazione della declinazione della Luna.

Soluzione.

a) La Luna piena successiva si avrà dopo un mese sinodico. La durata del mese sinodico **S**, ovvero il tempo necessario alla Luna per tornare in opposizione rispetto al Sole, si può calcolare a partire dalla durata del mese siderale della Luna (**P**) e dell'anno siderale della Terra (**E**): $\frac{1}{S} = \frac{1}{P} - \frac{1}{E} = \frac{E-P}{P \cdot E}$

da cui:

$$S = \frac{P \cdot E}{E - P} \simeq \frac{27.322 \cdot 365.26}{365.26 - 27.322} \simeq 29.531 \text{ g} \simeq 29 \text{ g } 12 \text{ h } 45 \text{ m}$$

La data della Luna piena successiva è: 8 aprile + 29 giorni = 7 maggio, l'ora è: 04:36 + 12:45 = 17:21. Quindi la successiva Luna Piena è stata osservata il 7 maggio alle 17:21.

b) In un mese siderale la Luna percorre in cielo esattamente 24h di ascensione retta, detto **X** l'aumento di ascensione retta in un mese sinodico, vale la proporzione: P : 24h = S : X, da cui:

$$X = \frac{24\text{h} \cdot 29.531 \text{ g}}{27.322 \text{ g}} \simeq 25.940 \text{ h} = 24\text{h} + 1\text{h } 56\text{m}.$$

L'ascensione retta **AR** della Luna piena del 7 maggio è quindi aumentata di 1h e 56 minuti rispetto a quella della Luna piena dell'8 aprile e valeva:

$$AR_{7\text{ maggio}} = AR_{8\text{ aprile}} + 1\text{h } 56\text{m} = 15\text{h } 10\text{m}$$

Nota: La durata del mese sinodico varia nel corso dell'anno da un minimo di circa 29.269 giorni a un massimo di circa 29.840 giorni, ovvero in un intervallo di circa ±7 ore rispetto alla durata media di 29.531 giorni. La Luna piena del 7 maggio 2020 si è avuta alle 12:46 e la sua ascensione retta era di 15h 03m.

Problema 13

Il tempo siderale a Greenwich il 18 febbraio 2003 alle UT = 0 era t = 9h 50m 12s. A che UT è passata quel giorno al meridiano di Greenwich in direzione sud una stella circumpolare con ascensione retta α = 22 h? Sapendo che la magnitudine apparente della stella era m = 1.5, dite se la stella poteva essere osservata a occhio nudo all'istante del passaggio al meridiano.

Soluzione.

La stella è passata al meridiano quando il tempo siderale locale era t = 22 ore. In quel momento il tempo siderale trascorso Δt dalle ore 0h UT era:

$$\Delta t = 22h \; - 9h \; 50m \; 12s = 12h \; 09m \; 48s$$

Per trasformare questo intervallo di tempo siderale in intervallo di tempo universale **ΔUT**, ricordiamo che 24h di tempo siderale corrispondono a 23h 56m 4.1s di tempo universale, quindi la costante di proporzionalità **K** tra tempo siderale e tempo universale è:

$$\mathrm{K} = \frac{23\mathrm{h}\ 56\mathrm{m}\ 4.1\ \mathrm{s}}{24\mathrm{h}} \simeq \frac{23.9345}{24} \simeq 0.99727$$

avremo quindi:

$$\mathrm{UT} = 0\mathrm{h} + \Delta\mathrm{UT} = \Delta\mathrm{t} \cdot \mathrm{K} \simeq 12\mathrm{h}\ 09\mathrm{m}\ 48\mathrm{m} \cdot 0.99727 \simeq 12.1633\ \mathrm{h} \cdot 0.99727 \simeq 12.1301\ \mathrm{h} \simeq 12\mathrm{h}\ 7\mathrm{m}\ 48\mathrm{s}$$

Poiché la stella è circumpolare a Greenwich e molto luminosa, sarebbe stata sicuramente visibile con il Sole a meno di circa 12 gradi sotto l'orizzonte (inizio del crepuscolo astronomico). Trascurando il valore dell'equazione del tempo, possiamo stimare che l'angolo orario del Sole vero $\mathbf{h_{Sole}}$ (che non differisce mai per più di 16 minuti dall'angolo orario del Sole medio) era:

$$\mathrm{h_{Sole}} \simeq \mathrm{UT} - 12\mathrm{h} \simeq 0\mathrm{h}$$

Quindi il Sole era in prossimità del passaggio al meridiano in direzione sud, ovvero ci si trovava in pieno giorno e quindi la stella non poteva essere osservata a occhio nudo.

Problema 14

Calcolare il tempo siderale di Greenwich quando presso l'European Southern Oobservatory di La Silla (Cile; λ = 70° 43' 53'' W, φ = 29° 15' 40''.2 S) il tempo siderale locale è $10^h\ 15^m\ 45^s$.

Soluzione.

In ogni istante il tempo siderale locale $\mathbf{t_s}$ è la somma del tempo siderale di Greenwich **TSG** più la longitudine del luogo. Quest'ultima è da considerare negativa se la località è a ovest di Greenwich e positiva se la località è a est di Greenwich.

Si ha dunque:

$$t_s = TSG \pm \lambda$$

da cui, poichè La Silla si trova a ovest di Greenwich:

$$TSG = t_s + \lambda$$

Trasformiamo λ in unità di tempo **X** dalla relazione:

$$360° : 24h = \lambda : X$$

$$X = \frac{\lambda \cdot 24\,h}{360°} = \frac{70°\,43'\,53'' \cdot 24h}{360°} \simeq \frac{70°.7314 \cdot 24h}{360°} \simeq 4^h.7154 \simeq 4h\ \ 42m\ 56s$$

e quindi:

$$TSG = t_s + \lambda = t_s + \lambda \simeq 10h\ 15m\ 45s + 4h\ 42m\ 56s \simeq 14h\ 58m\ 41s$$

Problema 15

Il 21 agosto 2017 alle 13:30 di ora locale in una città posta sul meridiano centrale del fuso orario LT = UT-5 è stato possibile osservare un'eclisse totale di Sole. Stimare la fase che avrà la Luna osservata dalla stessa località il 26 agosto 2018 alle UT = 0. Per il periodo sinodico della Luna si assuma P_{sin}= 29.53 giorni.

Soluzione.

Poiché è stata osservata un'eclisse totale di Sole, nella data e nell'ora indicata la Luna era nuova.

Le 13:30 LT corrispondono a UT = LT + 5 = 18:30

Il numero di giorni $\mathbf{\Delta T}$ trascorsi tra le 18:30 UT del 21 agosto 2017 e le 0 UT del 26 agosto 2018 è:

$$\Delta T = 365 \text{ g} + 4 \text{ g} + 5.5 \text{ h} = 369.23 \text{ giorni}$$

Questo tempo corrisponde a un numero N_L di lunazioni:

$$N_L = \frac{\Delta T}{P_{sin}} \simeq \frac{369.23}{29.53} \simeq 12.50$$

Poiché sono trascorsi 12 periodi sinodici e mezzo, vuol dire che la Luna sarà piena.

Problema 16

Si considerino due località A e B sulla Terra, con la seconda a ovest rispetto alla prima. Detti t_A e t_B il tempo siderale e UT_A e UT_B il tempo universale nelle due località, dire se le affermazioni $t_A = t_B$ e $UT_A = UT_B$ sono corrette.

Soluzione.

Consideriamo una stella di ascensione retta a che passa al meridiano nella località A al tempo t_A. Sappiamo che vale la relazione:

$$t_A = a$$

Poiché la località B si trova a ovest di A, e poiché la rotazione della Terra è da ovest verso est, la stessa stella vista da B passerà al meridiano in un tempo successivo. Ne segue che:

$$t_A > t_B$$

E' invece vera l'affermazione: $UT_A = UT_B$, perché per definizione il Tempo Universale è lo stesso in tutti i luoghi della Terra.

Problema 17

Calcolate il valore del Giorno Giuliano alle ore 14:30 di UT del 20 aprile 2016, sapendo che il 20 gennaio 2015 alle ore 12:00 di UT il suo valore era JD = 2457043.0

Soluzione.

Poiché l'anno 2016 era bisestile, tra le ore 12:00 del 20 gennaio 2015 e le ore 12 del 20 aprile 2016 è trascorso un tempo Δt dato dalla somma di:

$$\Delta t_1 = 20\ gennaio\ 2015\ - 20\ gennaio\ 2016 = 365\ giorni$$

$$\Delta t_2 = 20\ gennaio\ 2016\ - 20\ febbraio\ 2016 = 31\ giorni$$

$$\Delta t_3 = 20\ febbraio\ 2016\ - 20\ marzo\ 2016 = 29\ giorni$$

$$\Delta t_4 = 20\ marzo\ 2016\ - 20\ aprile\ 2016 = 31\ giorni$$

$$\Delta t = 365 + 31 + 29 + 31 = 456\ giorni$$

Inoltre, poiché 2h 30m corrispondono a una frazione di giorno **Δg** pari a:

$$\Delta g = \frac{2h\ 30m}{24h} \simeq 0.1042$$

alle ore 14:30 UT del 20 aprile 2016 il giorno giuliano valeva:

$$JD\ \simeq 2457043.0 + 456 + 0.1042 = 2457499.1042$$

Problema 18

Il 19 settembre 2019, data in cui l'equazione del tempo (definita come tempo solare vero meno tempo solare medio) valeva ET = +6 minuti, un osservatore in Italia ha notato che un orologio solare, perfettamente funzionante, segnava le 10:00, mentre il suo orologio da polso, perfettamente sincronizzato con l'ora civile, segnava le 11:25. Sapendo che il meridiano centrale del fuso orario dell'Italia ha longitudine $\lambda_{centrale}$ = 15° E, dire, giustificando la risposta con gli opportuni calcoli, in quale tra le seguenti città italiane si trovava l'osservatore: Lecce (λ = 18° 11' E), Catania (λ = 15° 3' E) o Aosta (λ = 7° 15' E). (Finale Naz. J2 2020)

Soluzione.

Detti $\mathbf{T_V}$ il tempo solare vero (misurato dall'orologio solare), $\mathbf{T_M}$ il tempo solare medio e **ET** l'equazione del tempo, vale la relazione:

$$T_V = T_M + ET$$

Il Tempo Civile $\mathbf{T_C}$ segnato dall'orologio dell'osservatore è legato al tempo solare medio dalla relazione:

$$T_M = T_C \pm \lambda$$

dove la longitudine λ dell'osservatore ha segno positivo se l'osservatore è a est del meridiano centrale e segno negativo se l'osservatore è a ovest del meridiano centrale.

Inoltre nella data indicata era in vigore l'ora legale (ΔT = +1h), che porta un'ora avanti l'ora civile rispetto a quella solare. Quindi la relazione che lega il tempo solare vero al tempo civile è:

$$T_V = T_C \pm \lambda + ET - \Delta T$$

da cui si ricava:

$$\lambda = T_V - T_C - ET + \Delta T = 10{:}00 - 11{:}25 - 00{:}06 + 01{:}00 = -31\text{m} = -7^\circ\,45'$$

Poiché λ ha segno negativo, la località da cui è stata fatta l'osservazione si trova 7° 45' più a ovest del meridiano centrale e ha quindi longitudine:

$$\lambda_{osservatore} = \lambda_{centrale} - 7^\circ\,45' = 15^\circ - 7^\circ 45' = 7^\circ\,15'$$

La città è Aosta.