



XIX Olimpiadi Italiane di Astronomia
Corso di preparazione alla Gara Interregionale
Categoria Junior 2 – Lezione 3

Problema 1

Quale delle seguenti affermazioni può essere vera? Giustificate in dettaglio la vostra risposta.

1. La Terra è alla minima distanza dal Sole all'inizio del mese di luglio.
2. L'eclisse di Sole fu osservata a livello del mare alla mezzanotte locale.
3. Se Giove è in opposizione nel mese di giugno, da Modena (latitudine $\varphi = 44^\circ 39'$) è possibile osservarlo in prossimità dello zenith.

Soluzione.

1. Falso. La Terra si trova al perielio all'inizio del mese di gennaio.
2. Vero. Infatti se ci troviamo oltre uno dei circoli polari è possibile osservare un'eclisse di Sole anche a mezzanotte, in quanto il Sole, durante l'estate locale, può restare sopra l'orizzonte per tutte le 24 ore.
3. Falso. Un corpo in opposizione si trova, per definizione, in direzione opposta al Sole. Nel mese di giugno il Sole ha la massima declinazione positiva ($\delta_{\odot} \simeq +23^\circ 26'$) e quindi Giove, che come tutti i pianeti è sempre molto prossimo al piano dell'eclittica, avrebbe la massima declinazione negativa ($\delta_{\text{Giove}} \simeq -23^\circ 26'$). Ne segue che osservato da Modena la sua altezza massima h_{max} sull'orizzonte sarebbe data da:

$$h_{\text{max}} = 90^\circ - \varphi + \delta_{\text{Giove}} \simeq 90^\circ - 44^\circ 39' - 23^\circ 26' \simeq 21^\circ 55'$$

e sarebbe quindi molto lontano dallo zenith

Quindi l'unica affermazione che può essere vera è la seconda

Problema 2

Il 21 marzo 2013 un osservatore nei pressi di Catania ($\lambda = 15^\circ 4' 27''$) ha visto la Luna sorgere sul mare alle 19:00. Sapendo che in quella data era in vigore l'ora legale, stimate la fase della Luna quando quest'osservazione è stata fatta. Valutate come i dati forniti concorrono in modo significativo alla corretta soluzione.

Soluzione

Il 21 marzo il Sole si trova in prossimità del Punto γ e quindi la sua declinazione è circa zero. In questo periodo dell'anno la lunghezza del giorno è pari a quella della notte a tutte le latitudini e il Sole tramonta, per un osservatore posto al centro di un dato fuso orario, alle 18, ovvero alle 19 se è in vigore l'ora legale.

Poiché la Luna sorgeva quando il Sole tramontava, si trovava in direzione opposta al Sole e quindi la sua fase era molto prossima a piena.

Importanza dei dati:

- Dalla data del 21 marzo ricaviamo che la declinazione del Sole era prossima a 0° .
- Dalla longitudine di Catania deduciamo che la differenza dell'ora locale rispetto all'ora solare del meridiano centrale è piccola.
- Dal sapere che era in vigore l'ora legale deduciamo che il Sole tramontava alle 19:00.
- Dal sapere che la Luna sorgeva dal mare possiamo escludere l'osservatore avesse avuto davanti a sé delle montagne o altre ostruzioni, che avrebbero comportato vederla sorgere più tardi.

Problema 3

Un osservatore misura per la Stella Polare ($\delta_{2000} = 89^\circ 16'$) un'altezza minima di $26^\circ 36'$, a che latitudine si trova l'osservatore? Si trascurino gli effetti della precessione e della rifrazione.

Soluzione.

Anche se molto vicina al polo nord celeste, la Stella Polare non coincide perfettamente con esso. All'epoca J2000 la distanza in declinazione era:

$$\Delta\delta = 90^\circ - 89^\circ 16' = 44'.$$

Detta φ la latitudine dell'osservatore, la relazione che fornisce l'altezza minima h_{\min} sull'orizzonte di una stella con declinazione δ è:

$$h_{\min} = -90^\circ + \varphi + \delta$$

dalla quale, trascurando la precessione e la rifrazione otteniamo:

$$\varphi = 90^\circ + h_{\min} - \delta = 90^\circ + 26^\circ 36' - 89^\circ 16' = 27^\circ 20'$$

Problema 4

Calcolare l'altezza massima dell'equatore celeste e l'altezza minima del Sole al passaggio al meridiano in direzione sud per un osservatore che si trova a Cremona ($\varphi = +45^\circ 8'$)

Soluzione.

L'altezza massima h_{max} dell'equatore celeste in una località a latitudine φ è data dalla relazione:

$$h_{max} = 90^\circ - \varphi$$

caso di Cremona avremo:

$$h_{max} = 90^\circ - 45^\circ 8' = 44^\circ 52'$$

Nel corso dell'anno la declinazione del Sole δ_{\odot} è compresa tra:

$$-23^\circ 26' < \delta_{\odot} < 23^\circ 26'$$

L'altezza minima del Sole al meridiano in direzione sud $h_{\odot-21dic}$ si avrà al solstizio d'inverno e varrà:

$$h_{\odot-21dic} = 90^\circ - \varphi + \delta_{\odot} = 90^\circ - 45^\circ 8' - 23^\circ 26' = 21^\circ 26'$$

Problema 5

Dimostrare che da Catania ($\varphi = +37^\circ 31'$) non si può osservare la Luna passare allo Zenith. Per la soluzione si ricordi che l'orbita della Luna è inclinata di circa 5° rispetto all'eclittica. In quali regioni della Terra si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre?

Soluzione.

Una sorgente estesa si dice che passa allo zenith se copre lo zenith con almeno una parte del suo disco. In media il disco lunare ha una dimensione angolare $\alpha_L \simeq 32'$

A Catania l'altezza massima dell'equatore celeste sull'orizzonte $h_{\text{max-eq-CT}}$ vale:

$$h_{\text{max-eq-CT}} = 90^\circ - \varphi = 90^\circ - 37^\circ 31' = 52^\circ 29'$$

Detta ε l'obliquità dell'eclittica, a Catania l'altezza massima dell'eclittica $h_{\text{max-ecl-CT}}$ vale:

$$h_{\text{max-ecl-CT}} = h_{\text{max-eq-CT}} + \varepsilon = 52^\circ 29' + 23^\circ 26' = 75^\circ 55'$$

Poiché la Luna si trova fino a 5° sopra l'eclittica, a Catania la sua altezza massima $h_{\text{max-L-CT}}$ vale :

$$h_{\text{max-L-CT}} = h_{\text{max-ecl-CT}} + 5^\circ = h_{\text{max-eq-CT}} + \varepsilon + 5^\circ = 90^\circ - \varphi + \varepsilon + 5^\circ = 80^\circ 55'$$

Quindi a Catania la Luna non può raggiungere lo zenith.

In generale per una località a latitudine φ nell'emisfero boreale, l'altezza massima del bordo superiore della Luna $h_{\text{max-L}}$ vale:

$$h_{\text{max-L}} = 90^\circ - \varphi + \varepsilon + 5^\circ + \frac{\alpha_L}{2}$$

Ponendo $h_{\text{max}} = 90^\circ$, otteniamo la latitudine massima φ_{max} alla quale la Luna passa allo zenith:

$$\varphi_{\text{max}} = 90^\circ - 90^\circ + \varepsilon + 5^\circ + \frac{\alpha_L}{2} \simeq 28^\circ 42'$$

Per latitudini inferiori la Luna passerà oltre lo zenith. Poiché considerazioni analoghe valgono per un osservatore nell'emisfero Sud, concludiamo che si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre, per tutte le località per cui $28^\circ 42' > \varphi > -28^\circ 42'$

Problema 6

Nel 1100 A.C. degli astronomi cinesi misurarono l'altezza massima del Sole al meridiano ai solstizi, ottenendo $h_{21\text{giugno}} = 79^\circ 7'$ e $h_{21\text{dicembre}} = 31^\circ 19'$. In entrambi i casi il Sole era a Sud dello Zenith. A quale latitudine furono eseguite queste osservazioni? Quanto valeva all'epoca l'obliquità dell'eclittica?

Soluzione.

Dette ε l'obliquità dell'eclittica e φ la latitudine del luogo, poiché il Sole culminava a sud dello zenith, l'altezza massima al solstizio d'estate $h_{\odot 21 \text{ giugno}}$ e a quello d'inverno $h_{\odot 21 \text{ dicembre}}$ sono date dalle relazioni:

$$h_{\odot 21 \text{ giugno}} = 90^\circ - \varphi + \varepsilon \qquad h_{\odot 21 \text{ dicembre}} = 90^\circ - \varphi - \varepsilon$$

Quindi sottraendo membro a membro risulta che:

$$\varepsilon = \frac{h_{21 \text{ giugno}} - h_{21 \text{ dicembre}}}{2} = \frac{79^\circ 7' - 31^\circ 19'}{2} = 23^\circ 54'$$

e inoltre:

$$\varphi = 90^\circ - h_{21 \text{ giugno}} + \varepsilon = 90^\circ - 79^\circ 7' + 23^\circ 54' = 34^\circ 47'$$

Notiamo che il valore dell'obliquità dell'eclittica dall'anno 1100 A.C. a oggi è diminuito di 28'.

Problema 7

Per quanto tempo ogni giorno il Sole rimane visibile, anche solo parzialmente, a un osservatore posto sull'equatore della Terra? Per il diametro apparente del Sole si assuma un valore di $32'$; si trascuri la sua variazione di ascensione retta nel corso di un giorno.

Soluzione.

All'equatore il Sole tramonta sempre perpendicolarmente all'orizzonte. Nel corso di un giorno solare medio il Sole percorre circa 24h ($= 360^\circ$) di angolo orario.

All'equatore, grazie alle sue dimensioni angolari, il Sole sarà visibile all'alba quando il suo centro si trova $\Delta h = 16'$ sotto l'orizzonte e sarà ancora visibile al tramonto quando il suo centro si trova $\Delta h = 16'$ sotto l'orizzonte.

Inoltre, a causa della rifrazione dell'atmosfera, pari a circa $35'$ all'orizzonte, il bordo superiore del Sole diventa visibile all'alba quando si trova $\Delta r = 35'$ sotto l'orizzonte e sarà ancora visibile al tramonto quando si trova $\Delta r = 35'$ sotto l'orizzonte.

In definitiva all'equatore, a causa delle dimensioni angolari e della rifrazione, il Sole resta visibile per un angolo **H**:

$$H = 180^\circ + 2\Delta h + 2\Delta r = 180^\circ + 32' + 70' = 181^\circ 42'$$

Detto ΔT il tempo di permanenza del Sole sopra l'orizzonte, vale la relazione:

$$\Delta T : 181^\circ 42' = 12\text{h} : 180^\circ$$

e quindi:

$$\Delta T = \frac{181^\circ 42' \cdot 12\text{h}}{180^\circ} \simeq 12.11\text{ h} \simeq 12\text{h } 7\text{m}$$

Problema 8

Un osservatore si trova a latitudine $\varphi = +42^\circ$. Quanto valgono per l'osservatore la declinazione, l'angolo orario e l'ascensione retta dello zenith?

Soluzione.

Per ogni latitudine φ la declinazione dello zenith δ_{zenith} è pari alla latitudine, nel caso in esame quindi:

$$\delta_{\text{zenith}} = 42^\circ$$

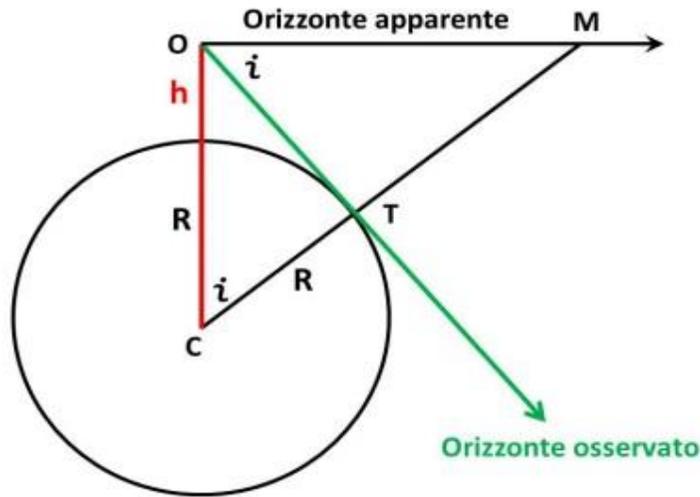
e rimane costante al passare del tempo a meno degli effetti dovuti alla precessione e alla variazione dell'obliquità dell'eclittica.

L'angolo orario dello zenith è costante ed è pari a zero, poiché, per definizione, il meridiano del luogo passa per lo zenith.

L'ascensione retta dello zenith varia a causa della rotazione della Terra e in ogni istante è pari al tempo siderale locale (LST). A causa della differenza tra giorno solare e giorno siderale, dopo 24h di tempo solare medio l'ascensione retta sarà aumentata di circa 3m e 56s rispetto al giorno precedente.

Problema 9

Dal punto più alto di un atollo posto all'equatore la Stella Polare ($\delta_{2016} \simeq 89^\circ 16'$) risulta circumpolare. Calcolare l'altezza minima dell'atollo.



Detta φ la latitudine, l'altezza minima della Polare all'equatore h_{min} trascurando la precessione varrebbe:

$$h_{min} = \varphi - 90^\circ + \delta \simeq 0^\circ - 90^\circ + 89^\circ 16' \simeq -44'$$

Tuttavia la rifrazione abbassa l'orizzonte di un angolo che vale $r \simeq 35'$, per cui in realtà:

$$h_{min} = \varphi - 90^\circ + \delta - r \simeq 0^\circ - 90^\circ + 89^\circ 16' - 35' \simeq -9'$$

Quindi per rendere la Polare circumpolare l'altezza minima dell'atollo h dovrà produrre un'ulteriore depressione i della linea dell'orizzonte di:

$$i \simeq 9' \simeq 0^\circ.15$$

Detta h l'altezza minima dell'atollo (cioè l'altezza per cui la Polare è appena circumpolare, ovvero la sua altezza quando transita al meridiano in direzione nord è appena maggiore di zero) e R il raggio della Terra si ha:

$$\cos i = \frac{R}{R + h}$$

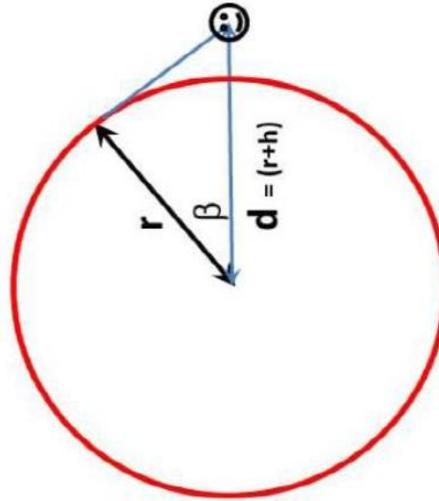
e infine:

$$h = \frac{R}{\cos i} - R \simeq \frac{6378 \cdot 10^3 \text{ m}}{\cos 0^\circ.15} - 6378 \cdot 10^3 \text{ m} \simeq 22 \text{ m}$$

Problema 10

Transitando sopra il Polo Nord, un astronauta nota che può vedere la città di Anchorage ($\varphi = 61^\circ 13' \text{ N}$, $\lambda = 149^\circ 43' \text{ O}$). A che altezza minima deve trovarsi l'astronauta? Si trascurino gli effetti della rifrazione.

Soluzione.



Poiché l'astronauta si trova sulla verticale del Polo, l'angolo limite di osservabilità coincide con la latitudine del luogo, la cui colatitudine β vale:

$$\beta = 90^\circ - \varphi = 28^\circ 47' \simeq 28^\circ.78$$

L'altezza minima h è quindi quella da cui è possibile osservare due punti sulla superficie della Terra, di cui il primo sotto l'osservatore, separati da tale distanza angolare. Detto r il raggio della Terra si ha:

$$r = (r + h) \cos \beta$$

da cui:

$$h = \frac{r}{\cos \beta} - r \simeq \frac{6378 \text{ km}}{\cos(28^\circ.78)} - 6378 \text{ km} \simeq 900 \text{ km}$$

Problema 11

Si dice che il Sole è allo zenith se copre lo zenith con almeno una parte del suo disco. In che periodo dell'anno è possibile osservare un tale evento in una località posta all'equatore e in una posta sul Tropico del Cancro? Di quanto può variare la declinazione del Sole nei due casi?

Soluzione.

Le dimensioni apparenti medie del Sole sono $\alpha_{\odot} \simeq 32'$. Detta δ_{\odot} la declinazione del centro del Sole, la relazione che fornisce l'altezza massima del bordo superiore del Sole $h_{\max\odot}$ in una località a latitudine φ è:

$$h_{\max\odot} = 90^{\circ} - \varphi + \delta_{\odot} + \frac{\alpha_{\odot}}{2}$$

All'equatore il Sole comincia a passare allo zenith quando la declinazione del centro $\delta_{\odot-1}$ vale:

$$\delta_{\odot-1} = h_{\max\odot} - 90^{\circ} + \varphi - \frac{\alpha_{\odot}}{2} \simeq 90^{\circ} - 90^{\circ} + 0^{\circ} - 16' \simeq -16'$$

e, se la declinazione aumenta, non passa più allo zenit quando la declinazione del centro $\delta_{\odot-2}$ vale:

$$\delta_{\odot-2} = h_{\max\odot} - 90^{\circ} + \varphi + \frac{\alpha_{\odot}}{2} \simeq 90^{\circ} - 90^{\circ} + 0^{\circ} + 16' \simeq 16'$$

Quindi all'equatore il Sole passa allo zenith in prossimità degli equinozi, per una variazione totale di declinazione: $\Delta\delta_{\text{Sole}} \simeq 64'$ (32' quando la sua declinazione passa da negativa a positiva e altri 32' quando la sua declinazione passa da positiva a negativa).

Al Tropico del Cancro il Sole comincerà a passare allo zenith quando la declinazione del centro $\delta_{\odot-3}$ vale:

$$\delta_{\odot-3} = h_{\max\odot} - 90^{\circ} + \varphi - \frac{\alpha_{\odot}}{2} \simeq 90^{\circ} - 90^{\circ} + 23^{\circ} 26' - 16' \simeq 23^{\circ} 10'$$

raggiunto il massimo a $\delta_{\odot} = +23^{\circ} 26'$ la declinazione comincerà a diminuire, quindi il Sole non passerà più allo zenit quando la declinazione del centro $\delta_{\odot-4}$ vale:

$$\delta_{\odot-4} = h_{\max\odot} - 90^{\circ} + \varphi - \frac{\alpha_{\odot}}{2} \simeq 90^{\circ} - 90^{\circ} + 23^{\circ} 26' - 16' \simeq 23^{\circ} 10'$$

Quindi al Tropico del Cancro il Sole passa allo zenith in prossimità del solstizio d'estate, per una variazione totale di declinazione: $\Delta\delta_{\text{Sole}} = 32'$ (16' quando la sua declinazione è in aumento fino al massimo possibile di $23^{\circ} 26'$ e altri 16' quando la sua declinazione è in diminuzione).

Problema 12

Quanto dovrebbe valere l'obliquità ε dell'eclittica per poter osservare da Catania ($\varphi = +37^\circ 31'$) il 21 giugno alla mezzanotte il Sole esattamente all'orizzonte (fenomeno del "Sole di mezzanotte")? Quanto varrebbe con questo valore di obliquità l'altezza del Sole al meridiano sud di Catania ai solstizi e agli equinozi? Trascurate gli effetti della rifrazione e le dimensioni apparenti del Sole (si consideri cioè il centro del Sole).

Soluzione.

La condizione richiesta equivale a poter osservare da Catania il Sole circumpolare quando la sua declinazione d_\odot è massima, cioè quando $d_\odot = \varepsilon$. Una stella è circumpolare quando $\delta \geq 90 - \varphi$. Quindi a Catania il Sole alla sua massima declinazione risulterebbe circumpolare per:

$$\varepsilon = 90^\circ - \varphi = 90^\circ - 37^\circ 31' = 52^\circ 29'$$

L'altezza di una stella con declinazione δ al meridiano sud è la sua altezza massima h_{\max} ed è data dalla relazione: $h_{\max} = 90 - \varphi + \delta$.

Con il valore ricavato per ε , nel caso del Sole ai solstizi e agli equinozi δ vale:

$$\delta \text{ solstizio d'estate} = \varepsilon = 52^\circ 29' \quad \delta \text{ equinozio di autunno} = 0^\circ \text{ (il Sole sta sull'equatore celeste)}$$

$$\delta \text{ solstizio d'inverno} = -\varepsilon = -52^\circ 29' \quad \delta \text{ equinozio di primavera} = 0^\circ \text{ (il Sole sta sull'equatore celeste)}$$

Con il valore di obliquità che rende il Sole circumpolare a Catania il 21 giugno avremo:

$$h_{\max} \text{ solstizio d'estate} = 90 - \varphi + \varepsilon = 90^\circ - 37^\circ 31' + 52^\circ 29' = 104^\circ 58' \text{ (Sole oltre lo zenith)}$$

$$h_{\max} \text{ equinozio di autunno} = 90 - \varphi + \delta = 90^\circ - 37^\circ 31' + 0 = 52^\circ 29'$$

$$h_{\max} \text{ solstizio d'inverno} = 90 - \varphi - \varepsilon = 90^\circ - 37^\circ 31' - 52^\circ 29' = 0^\circ \text{ (il Sole sta sull'orizzonte)}$$

$$h_{\max} \text{ equinozio di primavera} = 90 - \varphi + \delta = 90^\circ - 37^\circ 31' + 0 = 52^\circ 29'$$

Quindi avremo il fenomeno del Sole di mezzanotte il 21 giugno, ma il Sole sarebbe al massimo sull'orizzonte (trascurando le dimensioni angolari) al solstizio di inverno. Notiamo che l'altezza massima agli equinozi resta invariata, in quando trovandosi sull'equatore celeste la declinazione non dipende da ε .

Problema 13

Osservate che una stella con declinazione $\delta = 0^\circ$ sorge quando il vostro orologio a tempo siderale segna TS = 5h. Quanto vale l'ascensione retta della stella? Assumete di trovarvi al livello del mare e trascurate la rifrazione atmosferica.

Soluzione.

La stella si trova sull'orizzonte e sull'equatore celeste, quindi al momento in cui sorge il suo angolo orario vale $H = -6h$ (il segno è negativo poiché la stella è a est del meridiano).

Dalla relazione:

$$TS = H + \alpha$$

ricaviamo

$$\alpha = TS - H = 5h + 6h = 11 h$$

Problema 14

Il tempo siderale a Greenwich il 18 febbraio 2003 alle UT = 0 era $t = 9\text{h } 50\text{m } 12\text{s}$. A che UT è passata quel giorno al meridiano di Greenwich in direzione sud una stella circumpolare con ascensione retta $\alpha = 22\text{ h}$? Sapendo che la magnitudine apparente della stella era $m = 1.5$, dite se la stella poteva essere osservata a occhio nudo all'istante del passaggio al meridiano.

Soluzione.

La stella è passata al meridiano quando il tempo siderale locale era $t = 22$ ore. In quel momento il tempo siderale trascorso Δt dalle ore 0h UT era:

$$\Delta t = 22\text{h} - 9\text{h } 50\text{m } 12\text{s} = 12\text{h } 09\text{m } 48\text{s}$$

Per trasformare questo intervallo di tempo siderale in intervallo di tempo universale ΔUT , ricordiamo che 24h di tempo siderale corrispondono a 23h 56m 4.1s di tempo universale, quindi la costante di proporzionalità \mathbf{K} tra tempo siderale e tempo universale è:

$$K = \frac{23\text{h } 56\text{m } 4.1\text{ s}}{24\text{h}} \simeq \frac{23.9345}{24} \simeq 0.99727$$

avremo quindi:

$$\text{UT} = 0\text{h} + \Delta\text{UT} = \Delta t \cdot K \simeq 12\text{h } 09\text{m } 48\text{m} \cdot 0.99727 \simeq 12.1633\text{ h} \cdot 0.99727 \simeq 12.1301\text{ h} \simeq 12\text{h } 7\text{m } 48\text{s}$$

Poiché la stella è circumpolare a Greenwich e molto luminosa, sarebbe stata sicuramente visibile con il Sole a meno di circa 12 gradi sotto l'orizzonte (inizio del crepuscolo astronomico). Trascurando il valore dell'equazione del tempo, possiamo stimare che l'angolo orario del Sole vero \mathbf{h}_{Sole} (che non differisce mai per più di 16 minuti dall'angolo orario del Sole medio) era:

$$h_{\text{Sole}} \simeq \text{UT} - 12\text{h} \simeq 0\text{h}$$

Quindi il Sole era in prossimità del passaggio al meridiano in direzione sud, ovvero ci si trovava in pieno giorno e quindi la stella non poteva essere osservata a occhio nudo.

Problema 15

Il 21 agosto 2017 alle 13:30 di ora locale in una città posta sul meridiano centrale del fuso orario $LT = UT - 5$ è stato possibile osservare un'eclisse totale di Sole. Stimare la fase che avrà la Luna osservata dalla stessa località il 26 agosto 2018 alle $UT = 0$. Per il periodo sinodico della Luna si assuma $P_{\text{sin}} = 29.53$ giorni.

Soluzione.

Poiché è stata osservata un'eclisse totale di Sole, nella data e nell'ora indicata la Luna era nuova.

Le 13:30 LT corrispondono a $UT = LT + 5 = 18:30$

Il numero di giorni ΔT trascorsi tra le 18:30 UT del 21 agosto 2017 e le 0 UT del 26 agosto 2018 è:

$$\Delta T = 365 \text{ g} + 4 \text{ g} + 5.5 \text{ h} = 369.23 \text{ giorni}$$

Questo tempo corrisponde a un numero N_L di lunazioni:

$$N_L = \frac{\Delta T}{P_{\text{sin}}} \approx \frac{369.23}{29.53} \approx 12.50$$

Poiché sono trascorsi 12 periodi sinodici e mezzo, vuol dire che la Luna sarà piena.

Problema 16

Si considerino due località A e B sulla Terra, con la seconda a ovest rispetto alla prima. Detti t_A e t_B il tempo siderale e UT_A e UT_B il tempo universale nelle due località, dire se le affermazioni $t_A = t_B$ e $UT_A = UT_B$ sono corrette.

Soluzione.

Consideriamo una stella di ascensione retta α che passa al meridiano nella località A al tempo t_A . Sappiamo che vale la relazione:

$$t_A = \alpha$$

Poiché la località B si trova a ovest di A, e poiché la rotazione della Terra è da ovest verso est, la stessa stella vista da B passerà al meridiano in un tempo successivo. Ne segue che:

$$t_A > t_B$$

E' invece vera l'affermazione: $UT_A = UT_B$, perché per definizione il Tempo Universale è lo stesso in tutti i luoghi della Terra.

Problema 17

Il 19 settembre 2019, data in cui l'equazione del tempo (definita come tempo solare vero meno tempo solare medio) valeva $ET = +6$ minuti, un osservatore in Italia ha notato che un orologio solare, perfettamente funzionante, segnava le 10:00, mentre il suo orologio da polso, perfettamente sincronizzato con l'ora civile, segnava le 11:25. Sapendo che il meridiano centrale del fuso orario dell'Italia ha longitudine $\lambda_{\text{centrale}} = 15^\circ \text{ E}$, dire, giustificando la risposta con gli opportuni calcoli, in quale tra le seguenti città italiane si trovava l'osservatore: Lecce ($\lambda = 18^\circ 11' \text{ E}$), Catania ($\lambda = 15^\circ 3' \text{ E}$) o Aosta ($\lambda = 7^\circ 15' \text{ E}$). (Finale Naz. J2 2020)

Soluzione.

Detti T_V il tempo solare vero (misurato dall'orologio solare), T_M il tempo solare medio e ET l'equazione del tempo, vale la relazione:

$$T_V = T_M + ET$$

Il Tempo Civile T_C segnato dall'orologio dell'osservatore è legato al tempo solare medio dalla relazione:

$$T_M = T_C \pm \lambda$$

dove la longitudine λ dell'osservatore ha segno positivo se l'osservatore è a est del meridiano centrale e segno negativo se l'osservatore è a ovest del meridiano centrale.

Inoltre nella data indicata era in vigore l'ora legale ($\Delta T = +1\text{h}$), che porta un'ora avanti l'ora civile rispetto a quella solare. Quindi la relazione che lega il tempo solare vero al tempo civile è:

$$T_V = T_C \pm \lambda + ET - \Delta T$$

da cui si ricava:

$$\lambda = T_V - T_C - ET + \Delta T = 10:00 - 11:25 - 00:06 + 01:00 = -31\text{m} = -7^\circ 45'$$

Poiché λ ha segno negativo, la località da cui è stata fatta l'osservazione si trova $7^\circ 45'$ più a ovest del meridiano centrale e ha quindi longitudine:

$$\lambda_{\text{osservatore}} = \lambda_{\text{centrale}} - 7^\circ 45' = 15^\circ - 7^\circ 45' = 7^\circ 15'$$

La città è Aosta.