XIX Olimpiadi Italiane di Astronomia

Corso di preparazione alla Gara Interregionale

Categoria Junior 1 – Lezione 3

Problema 1

Un osservatore nota che tutte le stelle con la stessa ascensione retta tramontano nello stesso istante. Dove si trova l'osservatore?

Soluzione.

Le stelle con uguale ascensione retta si trovano sul medesimo cerchio orario, se tramontano contemporaneamente vuol dire che in quel momento il cerchio orario coincide con l'orizzonte.

Tutti i cerchi orari passano per i poli celesti che quindi devono trovarsi entrambi sull'orizzonte. Ne segue che l'osservatore si trova all'equatore.

Problema 2

1. A quale altezza sull'orizzonte si trova il Polo Nord celeste osservato dalle seguenti città?
2. All'equinozio di primavera, in quale delle città elencate si vede prima il sorgere del Sole?

città	latitudine (φ)	longitudine (λ)
Il Cairo	30° 03' N	31° 14' E
Lisbona	39° 00' N	09° 08' O
Stoccolma	59° 19' N	18° 03' E
San Pietroburgo	59° 56' N	30° 18' E
Rio de Janeiro	22° 54' S	43° 12' O

Soluzione.

1. L'altezza $\mathbf{h_{Polo\text{-}N}}$ sull'orizzonte del Polo Nord celeste coincide con la latitudine geografica (φ) per luoghi di osservazione che si trovano nell'emisfero nord. Nel caso di una località dell'emisfero sud, l'altezza del Polo Nord celeste sarà la latitudine geografica con segno negativo. Di conseguenza otteniamo:

città	latitudine (φ)	longitudine (λ)	$\mathbf{h_{Polo\text{-}N}}$
Il Cairo	30° 03' N	31° 14' E	+30° 03'
Lisbona	39° 00' N	09° 08' O	+39° 00'
Stoccolma	59° 19' N	18° 03' E	+59° 19'
San Pietroburgo	59° 56' N	30° 18' E	+59° 56'
Rio de Janeiro	22° 54' S	43° 12' O	-22° 54'

2. All'equinozio di primavera il giorno ha la stessa durata, pari a 12 h, in tutte le località della Terra. Dato che la Terra ruota da ovest verso est, la città che vede per prima il sorgere del Sole è quella che si trova più a est: Il Cairo.

Problema 3

Quale delle seguenti affermazioni può essere vera? Giustificate in dettaglio la vostra risposta.

1. La Terra è alla minima distanza dal Sole all'inizio del mese di luglio.
2. L'eclisse di Sole fu osservata a livello del mare alla mezzanotte locale.
3. Se Giove è in opposizione nel mese di giugno, da Modena (latitudine $\varphi = 44° 39'$) è possibile osservarlo in prossimità dello zenith.

Soluzione.

1. Falso. La Terra si trova al perielio all'inizio del mese di gennaio.

2. Vero. Infatti se ci troviamo oltre uno dei circoli polari è possibile osservare un'eclisse di Sole anche a mezzanotte, in quanto il Sole, durante l'estate locale, può restare sopra l'orizzonte per tutte le 24 ore.

3. Falso. Un corpo in opposizione si trova, per definizione, in direzione opposta al Sole. Nel mese di giugno il Sole ha la massima declinazione positiva ($\delta_\odot \simeq +23° 26'$) e quindi Giove, che come tutti i pianeti è sempre molto prossimo al piano dell'eclittica, avrebbe la massima declinazione negativa ($\delta_{Giove} \simeq -23° 26'$). Ne segue che osservato da Modena la sua altezza massima $\mathbf{h_{max}}$ sull'orizzonte sarebbe data da:
$$h_{max} = 90° - \varphi + \delta_{Giove} \simeq 90° - 44° 39' - 23° 26' \simeq 21° 55'$$
e sarebbe quindi molto lontano dallo zenith.

Quindi l'unica affermazione che può essere vera è la seconda.

Problema 4

Il 21 marzo 2013 un osservatore nei pressi di Catania (λ = 15° 4' 27'') ha visto la Luna sorgere sul mare alle 19:00. Sapendo che in quella data era in vigore l'ora legale, stimate la fase della Luna quando quest'osservazione è stata fatta. Valutate come i dati forniti concorrono in modo significativo alla corretta soluzione.

Soluzione

Il 21 marzo il Sole si trova in prossimità del Punto **γ** e quindi la sua declinazione è circa zero. In questo periodo dell'anno la lunghezza del giorno è pari a quella della notte a tutte le latitudini e il Sole tramonta, per un osservatore posto al centro di un dato fuso orario, alle 18, ovvero alle 19 se è in vigore l'ora legale.

Poiché la Luna sorgeva quando il Sole tramontava, si trovava in direzione opposta al Sole e quindi la sua fase era molto prossima a piena.

Importanza dei dati:

- Dalla data del 21 marzo ricaviamo che la declinazione del Sole era prossima a 0°.
- Dalla longitudine di Catania deduciamo che la differenza dell'ora locale rispetto all'ora solare del meridiano centrale è piccola.
- Dal sapere che era in vigore l'ora legale deduciamo che il Sole tramontava alle 19:00.
- Dal sapere che la Luna sorgeva dal mare possiamo escludere l'osservatore avesse avuto davanti a sé delle montagne o altre ostruzioni, che avrebbero comportato vederla sorgere più tardi.

Problema 5

Un osservatore misura per la Stella Polare ($\boldsymbol{\delta}_{2000} = 89° \ 16'$) un'altezza minima di 26° 36', a che latitudine si trova l'osservatore? Si trascurino gli effetti della precessione e della rifrazione.

Soluzione.

Anche se molto vicina al polo nord celeste, la Stella Polare non coincide perfettamente con esso. All'epoca J2000 la distanza in declinazione era:

$$\Delta\delta = 90° - 89° \ 16' = 44'.$$

Detta φ la latitudine dell'osservatore, la relazione che fornisce l'altezza minima h_{min} sull'orizzonte di una stella con declinazione δ è:

$$h_{min} = -90° + \varphi + \delta$$

dalla quale, trascurando la precessione e la rifrazione otteniamo:

$$\varphi = 90° + h_{min} - \delta = 90° + 26° \, 36' - 89° \, 16' = 27° \, 20'$$

Problema 6

Calcolare l'altezza massima dell'equatore celeste e il valore minimo per l'altezza del Sole al passaggio al meridiano in direzione sud per un osservatore che si trova a Cremona (φ = +45° 8')

Soluzione.

L'altezza massima $\mathbf{h_{max}}$ dell'equatore celeste in una località a latitudine φ è data dalla relazione:

$$h_{max} = 90° - \varphi$$

caso di Cremona avremo:

$$h_{max} = 90° - 45°\,8' = 44°\,52'$$

Nel corso dell'anno la declinazione del Sole $\boldsymbol{\delta_{\odot}}$ è compresa tra:

$$-23°\,26' < \delta_{\odot} < 23°\,26'$$

Il valore minimo per l'altezza del Sole al meridiano in direzione sud $\boldsymbol{h_{\odot-21dic}}$ si avrà al solstizio d'inverno e varrà:

$$h_{\odot-21dic} = 90° - \varphi + \delta_{\odot} = 90° - 45°\,8' - 23°\,26' = 21°\,26'$$

Problema 7

Nel 1100 A.C. degli astronomi cinesi misurarono l'altezza massima del Sole al meridiano ai solstizi, ottenendo $h_{21giugno}$ = 79° 7' e $h_{21dicembre}$ = 31° 19'. In entrambi i casi il Sole era a Sud dello Zenith. A quale latitudine furono eseguite queste osservazioni? Quanto valeva all'epoca l'obliquità dell'eclittica?

Soluzione.

Dette $\boldsymbol{\varepsilon}$ l'obliquità dell'eclittica e $\boldsymbol{\varphi}$ la latitudine del luogo, poiché il Sole culminava a sud dello zenith, l'altezza massima al solstizio d'estate $\boldsymbol{h_{\odot 21\,giugno}}$ e a quello d'inverno $\boldsymbol{h_{\odot 21\,dicembre}}$ sono date dalle relazioni:

$$h_{\odot 21\text{ giugno}} = 90° - \varphi + \varepsilon \qquad\qquad h_{\odot 21\text{ dicembre}} = 90° - \varphi - \varepsilon$$

Quindi sottraendo membro a membro risulta che:

$$\varepsilon = \frac{h_{21\text{ giugno}} - h_{21\text{ dicembre}}}{2} = \frac{79°\,7' - 31°\,19'}{2} = 23°\,54'$$

e inoltre:

$$\varphi = 90° - h_{21\text{ giugno}} + \varepsilon = 90° - 79°\,7' + 23°\,54' = 34°\,47'$$

Notiamo che il valore dell'obliquità dell'eclittica dall'anno 1100 A.C. a oggi è diminuito di 28'.

Problema 8

Calcola la massima altezza sull'orizzonte del Sole all'equinozio d'autunno per un osservatore posto a Bari ($\varphi = 41° \; 07'$ N) e per uno posto al Polo Sud, nei seguenti casi:

a) situazione attuale: eclittica inclinata di $\varepsilon = 23° \; 26'$ rispetto all'equatore celeste;

b) asse terrestre perpendicolare all'eclittica;

c) asse terrestre parallelo all'eclittica.

Completa la soluzione con un disegno di ciascuna configurazione. Trascura gli effetti della rifrazione.

Soluzione.

L'altezza massima del Sole osservato da un luogo a latitudine φ è:

$h_{max} = 90° - \varphi + \delta_{Sole}$ se l'osservatore si trova nell'emisfero boreale

$h_{max} = 90° + \varphi - \delta_{Sole}$ se l'osservatore si trova nell'emisfero australe

Detta ε l'inclinazione dell'asse terrestre rispetto alla perpendicolare al piano dell'eclittica, che coincide con l'obliquità (inclinazione) dell'eclittica rispetto all'equatore celeste, la declinazione del Sole nel corso dell'anno varia tra $-\varepsilon < \delta_{Sole} < +\varepsilon$. Nei tre casi in esame abbiamo: a) $\varepsilon = 23°26'$, b) $\varepsilon = 90°$, c) $\varepsilon = 0°$. Tuttavia, all'equinozio d'autunno il Sole si trova sull'equatore celeste e quindi $\delta_{Sole} = 0°$ e avremo nei tre casi:

a) $h_{max-Bari} = 90° - \varphi + \delta_{Sole} = 90° - 41° \; 07' + 0° = 48° \; 53'$

$h_{max-Polo\ sud} = 90° + \varphi - \delta_{Sole} = 90° - 90° - 0° = 0°$

b) $h_{max-Bari} = 90° - \varphi + \delta_{Sole} = 90° - 41° \; 07' + 0° = 48° \; 53'$

$h_{max-Polo\ sud} = 90° + \varphi - \delta_{Sole} = 90° - 90° - 0° = 0°$

c) $h_{max-Bari} = 90° - \varphi + \delta_{Sole} = 90° - 41° \; 07' + 0° = 48° \; 53'$

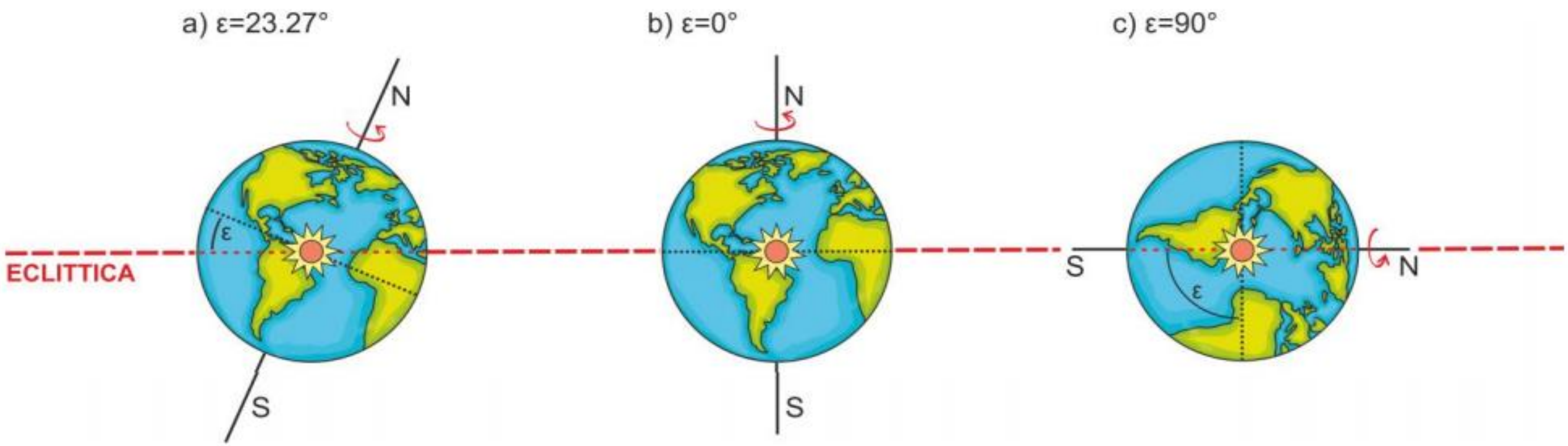
$h_{max-Polo\ sud} = 90° + \varphi - \delta_{Sole} = 90° - 90° - 0° = 0°$

Il risultato ottenuto nei tre casi è indipendente dall'inclinazione dell'asse terrestre rispetto all'eclittica perché agli equinozi, per definizione, il Sole si trova nei punti di intersezione (nodi) tra equatore ed eclittica, ($\delta_{Sole} = 0°$). In tutti e tre i casi l'altezza massima del Sole il giorno dell'equinozio d'autunno (e ovviamente a quello di primavera) è 48° 53' da Bari e 0° dal Polo Sud.

Problema 8

Segue Soluzione.

La figura rappresenta la Terra durante gli equinozi nei tre casi individuati dal problema. La linea rossa orizzontale rappresenta l'eclittica. La linea nera a puntini rappresenta l'equatore terrestre. Durante gli equinozi il Sole si trova per definizione nei punti di intersezione (nodi) tra equatore ed eclittica, qualunque sia l'orientamento dell'asse terrestre. Durante gli equinozi il Sole è allo zenit all'equatore e, a causa della rotazione terrestre, sembra muoversi lungo l'equatore celeste. La posizione relativa del Polo Sud e di Bari rispetto all'equatore terrestre non cambia nei tre casi, quindi l'altezza massima del Sole sull'orizzonte sarà sempre la stessa.



Problema 9

Dimostrare che da Catania ($\varphi = +37°\ 31'$) non si può osservare la Luna passare allo Zenith. Per la soluzione si ricordi che l'orbita della Luna è inclinata di circa 5° rispetto all'eclittica. In quali regioni della Terra si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre?

Soluzione.

Una sorgente estesa si dice che passa allo zenith se copre lo zenith con almeno una parte del suo disco. In media il disco lunare ha una dimensione angolare $\boldsymbol{\alpha_L} \simeq 32'$

A Catania l'altezza massima dell'equatore celeste sull'orizzonte $\mathbf{h_{max-eq-CT}}$ vale:

$$\mathrm{h_{max-eq-CT}} = 90° - \varphi = 90° - 37°\,31' = 52°\,29'$$

Detta $\boldsymbol{\varepsilon}$ l'obliquità dell'eclittica, a Catania l'altezza massima dell'eclittica $\mathbf{h_{max-ecl-CT}}$ vale:

$$\mathrm{h_{max-ecl-CT}} = \mathrm{h_{max-eq-CT}} + \varepsilon = 52°\,29' + 23°\,26' = 75°\,55'$$

Poiché la Luna si trova fino a 5° sopra l'eclittica, a Catania la sua altezza massima $\mathbf{h_{max-L-CT}}$ vale :

$$\mathrm{h_{max-L-CT}} = \mathrm{h_{max-ecl-CT}} + 5° = \mathrm{h_{max-eq-CT}} + \varepsilon + 5° = 90° - \varphi + \varepsilon + 5° = 80°\,55'$$

Quindi a Catania la Luna non può raggiungere lo zenith.

In generale per una località a latitudine φ nell'emisfero boreale, l'altezza massima del bordo superiore della Luna $\boldsymbol{h_{max-L}}$ vale:

$$\mathrm{h_{max-L}} = 90° - \varphi + \varepsilon + 5° + \frac{\alpha_L}{2}$$

Ponendo $\mathrm{h_{max}} = 90°$, otteniamo la latitudine massima $\boldsymbol{\varphi_{max}}$ alla quale la Luna passa allo zenith:

$$\varphi_{max} = 90° - 90° + \varepsilon + 5° + \frac{\alpha_L}{2} \simeq 28°\,42'$$

Per latitudini inferiori la Luna passerà oltre lo zenith. Poiché considerazioni analoghe valgono per un osservatore nell'emisfero Sud, concludiamo che si può osservare la Luna passare allo Zenith, o oltre, per tutte le località per cui $28°\,42' > \varphi > -28°\,42'$

Problema 10

Quanto dovrebbe valere l'obliquità **ε** dell'eclittica per poter osservare da Catania ($\varphi = +37° \, 31'$) il 21 giugno alla mezzanotte il Sole esattamente all'orizzonte (fenomeno del "Sole di mezzanotte")? Quanto varrebbe con questo valore di obliquità l'altezza del Sole al meridiano sud di Catania ai solstizi e agli equinozi? Trascurate gli effetti della rifrazione e le dimensioni apparenti del Sole (si consideri cioè il centro del Sole).

Soluzione.

La condizione richiesta equivale a poter osservare da Catania il Sole circumpolare quando la sua declinazione $\boldsymbol{\delta_\odot}$ è massima, cioè quando $\delta_\odot = \varepsilon$. Una stella è circumpolare quando $\boldsymbol{\delta} \geq 90 - \boldsymbol{\varphi}$. Quindi a Catania il Sole alla sua massima declinazione risulterebbe circumpolare per:

$$\varepsilon = 90° - \varphi = 90° - 37° \, 31' = 52° \, 29'$$

L'altezza di una stella con declinazione **δ** al meridiano sud è la sua altezza massima $\mathbf{h_{max}}$ ed è data dalla relazione: $h_{max} = 90 - \varphi + \delta$.

Con il valore ricavato per ε, nel caso del Sole ai solstizi e agli equinozi δ vale:

δ solstizio d'estate = ε = 52° 29'

δ solstizio d'inverno = - ε = - 52° 29'

δ equinozio di autunno = 0° (il Sole sta sull'equatore celeste)

δ equinozio di primavera = 0° (il Sole sta sull'equatore celeste)

Con il valore di obliquità che rende il Sole circumpolare a Catania il 21 giugno avremo:

h_{max} solstizio d'estate = $90 - \varphi + \varepsilon = 90° - 37° \, 31' + 52° \, 29' = 104° \, 58'$ (Sole oltre lo zenith)

h_{max} equinozio di autunno = $90 - \varphi + \delta = 90° - 37° \, 31' + 0 = 52° \, 29'$

h_{max} solstizio d'inverno = $90 - \varphi - \varepsilon = 90° - 37° \, 31' - 52° \, 29' = 0°$ (il Sole sta sull'orizzonte)

h_{max} equinozio di primavera = $90 - \varphi + \delta = 90° - 37° \, 31' + 0 = 52° \, 29'$

Quindi avremo il fenomeno del Sole di mezzanotte il 21 giugno, ma il Sole sarebbe al massimo sull'orizzonte (trascurando le dimensioni angolari) al solstizio di inverno. Notiamo che l'altezza massima agli equinozi resta invariata, in quando trovandosi sull'equatore celeste la declinazione non dipende da ε.

Problema 11

Un astronomo nota che il suo orologio a tempo siderale si è fermato. Suggerite un metodo per sincronizzare il suo orologio con il tempo siderale.

Soluzione.

Il tempo siderale **t** è definito come l'angolo orario del punto $\boldsymbol{\gamma}$.

Se di una stella conosciamo l'ascensione retta $\boldsymbol{\alpha}$ e ne misuriamo l'angolo orario **H**, vale la relazione

$$t = \alpha + H$$

quindi in ogni istante passano al meridiano (H = 0) le stelle la cui ascensione retta è pari al tempo siderale. L'astronomo potrà quindi regolare l'orologio a tempo siderale sul valore dell'ascensione retta di una stella e farlo ripartire nell'istante in cui detta stella passa al meridiano.

Problema 12

Osservate che una stella con declinazione $\delta = 0°$ sorge quando il vostro orologio a tempo siderale segna TS = 5h. Quanto vale l'ascensione retta della stella? Assumete di trovarvi al livello del mare e trascurate la rifrazione atmosferica.

Soluzione.

La stella si trova sull'orizzonte e sull'equatore celeste, quindi al momento in cui sorge il suo angolo orario vale H = - 6h (il segno è negativo poiché la stella è a est del meridiano).

Dalla relazione:

$$TS = H + \alpha$$

ricaviamo

$$\alpha = TS - H = 5h + 6h = 11\ h$$

Problema 13

Il tempo siderale a Greenwich il 18 febbraio 2003 alle UT = 0 era t = 9h 50m 12s. A che UT è passata quel giorno al meridiano di Greenwich in direzione sud una stella circumpolare con ascensione retta α = 22 h? Sapendo che la magnitudine apparente della stella era m = 1.5, dite se la stella poteva essere osservata a occhio nudo all'istante del passaggio al meridiano.

Soluzione.

La stella è passata al meridiano quando il tempo siderale locale era t = 22 ore. In quel momento il tempo siderale trascorso Δt dalle ore 0h UT era:

$$\Delta t = 22h\ - 9h\ 50m\ 12s = 12h\ 09m\ 48s$$

Per trasformare questo intervallo di tempo siderale in intervallo di tempo universale **ΔUT**, ricordiamo che 24h di tempo siderale corrispondono a 23h 56m 4.1s di tempo universale, quindi la costante di proporzionalità **K** tra tempo siderale e tempo universale è:

$$\mathrm{K} = \frac{\mathrm{23h\ 56m\ 4.1\ s}}{\mathrm{24h}} \simeq \frac{23.9345}{24} \simeq 0.99727$$

avremo quindi:

$$\mathrm{UT = 0h + \ \Delta UT = \ \Delta t\ \cdot K\ \simeq\ 12h\ 09m\ 48m\ \cdot 0.99727\ \simeq 12.1633\ h\ \cdot 0.99727\ \simeq 12.1301\ h\ \simeq 12h\ 7m\ 48s}$$

Poiché la stella è circumpolare a Greenwich e molto luminosa, sarebbe stata sicuramente visibile con il Sole a meno di circa 12 gradi sotto l'orizzonte (inizio del crepuscolo astronomico). Trascurando il valore dell'equazione del tempo, possiamo stimare che l'angolo orario del Sole vero $\mathbf{h_{Sole}}$ (che non differisce mai per più di 16 minuti dall'angolo orario del Sole medio) era:

$$\mathrm{h_{Sole}\ \simeq UT - 12h\ \simeq 0h}$$

Quindi il Sole era in prossimità del passaggio al meridiano in direzione sud, ovvero ci si trovava in pieno giorno e quindi la stella non poteva essere osservata a occhio nudo.

Problema 14

Per quanto tempo ogni giorno il Sole rimane visibile, anche solo parzialmente, a un osservatore posto sull'equatore della Terra? Per il diametro apparente del Sole si assuma un valore di 32'; si trascuri la sua variazione di ascensione retta nel corso di un giorno.

Soluzione.

All'equatore il Sole tramonta sempre perpendicolarmente all'orizzonte. Nel corso di un giorno solare medio il Sole percorre circa 24h (= 360°) di angolo orario.

All'equatore, grazie alle sue dimensioni angolari, il Sole sarà visibile all'alba quando il suo centro si trova $\Delta h = 16'$ sotto l'orizzonte e sarà ancora visibile al tramonto quando il suo centro si trova $\Delta h = 16'$ sotto l'orizzonte.

Inoltre, a causa della rifrazione dell'atmosfera, pari a circa 35' all'orizzonte, il bordo superiore del Sole diventa visibile all'alba quanto si trova $\Delta r = 35'$ sotto l'orizzonte e sarà ancora visibile al tramonto quando si trova $\Delta r = 35'$ sotto l'orizzonte.

In definitiva all'equatore, a causa delle dimensioni angolari e della rifrazione, il Sole resta visibile per un angolo **H**:

$$H = 180° + 2\Delta h + 2\Delta r = 180° + 32' + 70' = \ 181°\,42'$$

Detto $\mathbf{\Delta T}$ il tempo di permanenza del Sole sopra l'orizzonte, vale la relazione:

$$\Delta T : 181°\,7' = 12h : 180°$$

e quindi:

$$\Delta T = \frac{181°\,42' \cdot 12h}{180°} \simeq 12.11 \text{ h} \ \simeq 12h\,7m$$

Problema 15

Il 21 agosto 2017 alle 13:30 di ora locale in una città posta sul meridiano centrale del fuso orario LT = UT-5 è stato possibile osservare un'eclisse totale di Sole. Stimare la fase che avrà la Luna osservata dalla stessa località il 26 agosto 2018 alle UT = 0. Per il periodo sinodico della Luna si assuma P_{sin}= 29.53 giorni.

Soluzione.

Poiché è stata osservata un'eclisse totale di Sole, nella data e nell'ora indicata la Luna era nuova.

Le 13:30 LT corrispondono a UT = LT + 5 = 18:30

Il numero di giorni $\mathbf{\Delta T}$ trascorsi tra le 18:30 UT del 21 agosto 2017 e le 0 UT del 26 agosto 2018 è:

$$\Delta T = 365 \text{ g} + 4 \text{ g} + 5.5 \text{ h} = 369.23 \text{ giorni}$$

Questo tempo corrisponde a un numero N_L di lunazioni:

$$N_L = \frac{\Delta T}{P_{sin}} \simeq \frac{369.23}{29.53} \simeq 12.50$$

Poiché sono trascorsi 12 periodi sinodici e mezzo, vuol dire che la Luna sarà piena.

Problema 16

Si considerino due località A e B sulla Terra, con la seconda a ovest rispetto alla prima. Detti t_A e t_B il tempo siderale e UT_A e UT_B il tempo universale nelle due località, dire se le affermazioni $t_A = t_B$ e $UT_A = UT_B$ sono corrette.

Soluzione.

Consideriamo una stella di ascensione retta a che passa al meridiano nella località A al tempo t_A. Sappiamo che vale la relazione:

$$t_A = a$$

Poiché la località B si trova a ovest di A, e poiché la rotazione della Terra è da ovest verso est, la stessa stella vista da B passerà al meridiano in un tempo successivo. Ne segue che:

$$t_A > t_B$$

E' invece vera l'affermazione: $UT_A = UT_B$, perché per definizione il Tempo Universale è lo stesso in tutti i luoghi della Terra.