# Olimpiadi Italiane di Astronomia 2020

## Corso di preparazione alla Finale Nazionale

## Categoria Junior 1 - Lezione 2

**1.** La Stazione Spaziale Internazionale (ISS) orbita intorno alla Terra a un'altezza h = 412 km. Calcolate il suo periodo di rivoluzione. Supponete di mettere in orbita la ISS alla stessa altezza dal suolo attorno al pianeta Mercurio. Quanto varrebbe il suo periodo di rivoluzione ?

***Soluzione***

*Applichiamo la III legge di Keplero generalizzata trascurando a massa della ISS:*

$$P_{Terra} = \sqrt{\frac{4\,\pi^2 \cdot (R_{Terra}+h)^3}{G \cdot M_{Terra}}} \simeq \sqrt{\frac{39.48 \cdot 3.130 \cdot 10^{20}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 5.972 \cdot 10^{24}}} \simeq \sqrt{31.01 \cdot 10^6} \simeq 5570\, s = 92m\, 50s$$

*Ponendo in orbita la ISS alla stessa altezza dal suolo attorno a Mercurio avremmo invece:*

$$P_{Mercurio} = \sqrt{\frac{4\,\pi^2 \cdot (R_{Mercurio}+h)^3}{G \cdot M_{Mercurio}}} \simeq \sqrt{\frac{39.48 \cdot 2.32 \cdot 10^{19}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 3.301 \cdot 10^{23}}} \simeq \sqrt{41.6 \cdot 10^6} \simeq 6450\, s$$

$$= 1h\, 47m\, 30s$$

*Il periodo sarebbe quindi più lungo anche se la lunghezza dell'orbita risulterebbe minore, questo perché Mercurio ha una massa molto minore di quella della Terra.*

**2.** Supponete che la massa del Sole si riduca a $M_\odot = 1.00 \cdot 10^{30}$ kg. Supponendo inalterati il periodo di rotazione della Terra e il semiasse maggiore dell'orbita, da quanti giorni solari medi sarebbe formato un anno ? Quanto varrebbero, in km, un parsec e un anno luce ?

***Soluzione***

*Ricaviamo il nuovo periodo di rivoluzione della Terra alla III Legge di Keplero:*

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2\, a^3}{G\, M_\odot}} = \sqrt{\frac{39.48 \cdot 3.348 \cdot 10^{33}}{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 1.00 \cdot 10^{30}}} \simeq 44.5 \cdot 10^6\ s \simeq 515 \text{ giorni solari medi}$$

*Poiché il semiasse dell'orbita resta invariato, la lunghezza del parsec non cambia e sarebbe ancora*

*1 parsec* $\simeq 30857 \cdot 10^9$ km. *Aumenterebbe invece la lunghezza di un anno luce:*

*1 "nuovo" anno luce* $\simeq 299792$ *km/s* $\cdot\, 44.5 \cdot 10^6$ *s* $\simeq 1.33 \cdot 10^{13}$ *km.*

***Nota:*** *il valore dell'anno luce è definito utilizzando l'Anno Giuliano (=365.25 giorni), mentre nella soluzione si utilizza l'anno siderale, che fornisce comunque una buona approssimazione del valore cercato.*

**3.** Può una cometa avere un periodo di rivoluzione **T** = 1 anno e una distanza dal Sole all'afelio maggiore di quella media di Marte? Se si, ricavare il valore minimo dell'eccentricità dell'orbita.

**Soluzione**

*Il semiasse maggiore dell'orbita della cometa vale:*

$$a_{cometa} = \sqrt[3]{T^2} = 1\, UA$$

*Il semiasse maggiore dell'orbita di Marte è:*

$$a_{Marte} \simeq 1.523\, UA$$

*La distanza di un corpo all'afelio è data da:* $d_{afelio} = a\,(1+e)$, *per essere* $d_{afelio} > 1.523$ *UA occorre quindi che:*

$a_{cometa}\,(1+e) > 1.523\, UA$ *da cui* $(1+e) > 1.523\, UA$ *e infine:* $e > 0.523$

**4.** Una cometa descrive un'orbita con eccentricità e = 0.921 e distanza dal Sole al perielio di 0.451 UA. Consideriamo le due semi-orbite separate dall'asse minore dell'ellisse. Quando tempo impiega la cometa per percorre ognuna delle due semi-orbite?

***Soluzione***

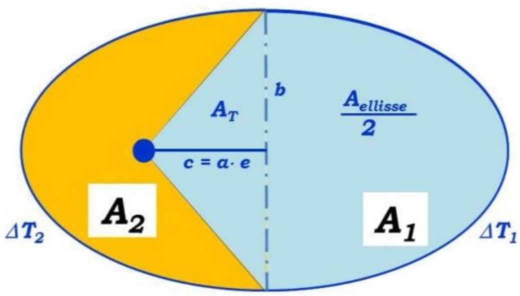
*Deriviamo i parametri dell'orbita della cometa. Per i semiassi **a** e **b** ricaviamo:*

$$a = \frac{d_P}{(1-e)} \simeq \frac{0.451}{0.079} \simeq 5.71\ UA$$

$$b = a\sqrt{1 - e^2} \simeq 5.71 \cdot 0.390 \simeq 2.23\ UA$$

*Il periodo orbitale **T** in anni vale:*

$$T = \sqrt{a^3} \simeq \sqrt{186} \simeq 13.6\ anni$$




*L'area totale dell'ellisse è data dalla relazione:*

$$A_{ellisse} = \pi\ a\ b \simeq 40.0\ UA^2$$

*L'area della semi-orbita $\boldsymbol{A_2}$ vale:*

$$A_2 = \frac{A_{ellisse}}{2} - a \cdot e \cdot b \simeq 8.3\ UA^2$$

*Dalla II legge di Keplero sappiamo che:*

$$\Delta T_n : A_n = T : A_{ellisse}$$

*e quindi:*

$$\Delta T_2 = \frac{A_2 \cdot T}{A_{ellisse}} \simeq \frac{8.3\ UA^2 \cdot 13.6\ anni}{40.0\ UA^2} \simeq 2.8\ anni$$

Ovviamente per l'altra semi-orbita valgono le relazioni:

$$A_1 = \frac{A_{ellisse}}{2} + a \cdot e \cdot b \simeq 31.7\ UA^2 \qquad \Delta T_1 = \frac{A_1 \cdot T}{A_{ellisse}} \simeq \frac{31.7\ UA^2 \cdot 13.6\ anni}{40.0\ UA^2} \simeq 10.8\ anni$$

**5.** Un osservatore sul meridiano di Greenwich misura per una stella un angolo orario $H_g$ = 2h. Nello stesso istante un secondo osservatore misura per la stessa stella un angolo orario H = 4h 15m. A che longitudine si trova il secondo osservatore?

***Soluzione***

*Una differenza di angolo orario misurata nello stesso istante equivale a una differenza in latitudine dei due osservatori pari a: $\Delta\lambda = \frac{360 \cdot \Delta H}{24} = 33°\,45'$. Poiché il secondo osservatore misura un angolo orario maggiore, vuol dire che si trova a est del meridiano di Greenwich e quindi la sua latitudine è: $\lambda = 33°\,45'$*

**6.** Considerate un osservatore che abita a Messina (λ = 15° 33' 19".54 E, δ = +38° 11' 09".80) e uno che abita a Reggio Calabria (λ = 15° 39' 00".42 E, δ = +38° 06' 53".00) dotati entrambi di un orologio a tempo siderale e di uno a Tempo Universale. Di quanto differisce il tempo siderale dei due osservatori? Chi dei due è "più avanti" rispetto all'altro? Di quanto differisce il Tempo Universale dei due osservatori?

***Soluzione***

*Per calcolare la differenza tra gli orologi a tempo siderale occorre considerare solo la differenza in longitudine, che è data da:*

$$\Delta\lambda = 15° 39' 00''.42 - 5° 33' 19''.54 = 5' 40.88 = 340''.88$$

*che trasformata in tempo vale:*

$$\Delta T = \frac{24h \cdot \Delta\lambda}{360°} = \frac{86400 \cdot 340''.88}{1296000} \simeq 22.73\, s$$

*Poiché Reggio Calabria si trova a Est di Messina, l'orologio a tempo siderale dell'osservatore a Reggio Calabria è "più avanti" di 22.73 secondi dell'orologio a tempo siderale dell'osservatore a Messina. Gli orologi a Tempo Universale dei due osservatori segneranno invece la stessa ora.*

**7.** Un osservatore misura per la Stella Polare ($\delta_{2000}$ = 89° 16′) un'altezza minima di 26° 36′, a che latitudine si trova l'osservatore? Si trascurino gli effetti della precessione e della rifrazione.

***Soluzione***

*Anche se molto vicina al Polo Nord Celeste la Stella Polare non coincide perfettamente con esso. All'epoca J2000 la distanza in declinazione era: $\Delta\delta = 90° - 89° 16' = 44'$. Dalla relazione che fornisce l'altezza minima sull'orizzonte di una stella: $h_{min} = -90° + \varphi + \delta$ e trascurando la precessione otteniamo:*

$$\varphi = 90° + h_{min} - \delta = 90° + 26° 36' - 89° 16' = 27° 20'$$

**8.** Quanto valgono, in gradi, le distanze minime e massime tra l'equatore celeste e l'eclittica?

***Soluzione***

*L'equatore celeste e l'eclittica si incontrano in due punti, il punto $\gamma$ (che ha ascensione retta 0h) e il punto $\Omega$ (che ha ascensione retta 12h), dove la loro distanza angolare è minima ed e ovviamente pari a zero. La massima distanza angolare si ha in corrispondenza dell'ascensione retta 6h e dell'ascensione retta 12h ed è pari a $\varepsilon$ = 23° 26′ (l'obliquità dell'eclittica).*

**9.** Un osservatore dispone di un orologio a tempo universale e di un orologio a tempo siderale. In un certo istante i due orologi segnano entrambi t = 0. Che tempo segnerà l'orologio a tempo siderale quando quello a tempo universale segnerà t = 16 h ?

***Soluzione***

*La durata di un giorno solare medio (il Tempo Universale è definito come il tempo solare medio dell'Osservatorio di Greenwich) è di 24 h, mentre la durata del giorno siderale è di 23h 56m 4.1s = 23.9344722 ore. Il rapporto (K) tra i due valori, che permette di convertire gli intervalli di tempo solare medio ($\Delta T$) in intervalli di tempo siderale ($\Delta t$) è*

$$K = \frac{24}{23.93447} \simeq 1.0027378$$

*Avremo quindi:*

$$\Delta t = \Delta T \cdot K = 16 \cdot 1.0027378 \simeq 16.043805\, h \simeq 16h\, 2m\, 37.7s$$

**10.** Nel 1100 A.C. degli astronomi cinesi misurarono l'altezza massima del Sole al meridiano ai solstizi, ottenendo $h_{21giugno}$ = 79° 7′ e $h_{21dicembre}$ = 31° 19′. In entrambi i casi il Sole era a Sud dello Zenith. A quale latitudine furono eseguite queste osservazioni ? Quanto valeva all'epoca l'obliquità dell'eclittica ? E' aumentata o diminuita rispetto al valore attuale ?

***Soluzione***

*La latitudine di un luogo è pari all'altezza del Polo Celeste (Nord in questo caso). Il Polo Celeste si trova a 90° dall'equatore celeste, la cui altezza al meridiano è data dalla media dell'altezza al meridiano del Sole ai solstizi. Si avrà quindi:*

$$h_{equatore\ celeste} = \frac{h_{21\ giugno} + h_{21\ dicembre}}{2} = \frac{79° 7' + 31° 19'}{2} = 55° 13'$$

*Poiché vale la relazione:*

$$\varphi + 90° + h_{equatore\ celeste} = 180°$$

*Per ogni latitudine l'altezza massima dell'equatore celeste vale:*

$$h_{max-equatore} = 90° - \varphi$$

*e quindi:*

$$\varphi = 90° - h_{equatore\ celeste} = 90° - 55°\,13' = 34°\,47'$$

*L'obliquità dell'eclittica è data, in valore assoluto, dalla differenza tra l'altezza del Sole al meridiano in uno dei solstizi e l'altezza dell'equatore celeste al meridiano. Si ha quindi:*

$$\varepsilon = 79°\,7' - 55°\,13' = 23°\,54'$$

*Notiamo che il valore dell'obliquità dall'anno 1100 A.C. a oggi è diminuito di 28'.*