OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2016

Finale Nazionale – 20 Aprile

Categoria Senior
Prova Pratica

Un sistema binario spettroscopico

Nella tabella a destra sono riportate le misure di velocità radiale relative a un sistema binario spettroscopico, il cui piano orbitale giace esattamente lungo la direzione di osservazione dalla Terra. Il sistema è formato da due stelle, i cui spettri sono entrambi osservabili, chiamate "A" e "B". Le osservazioni sono state ottenute nell'intervallo di tempo indicato e sono già corrette per l'effetto del moto di rivoluzione della Terra intorno al Sole.

1. Costruire il grafico di velocità radiale per le due stelle, utilizzando la griglia allegata in fondo al testo.

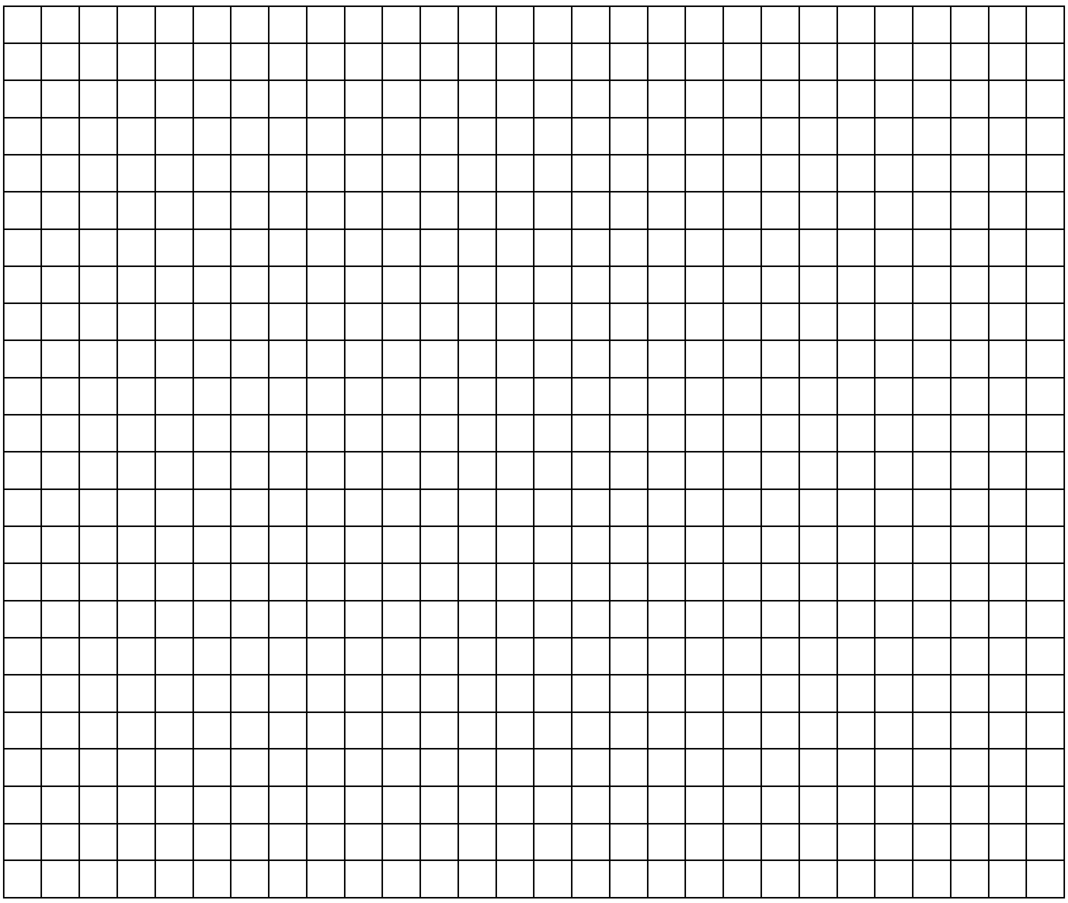
Utilizzando il grafico determinare:

2. il periodo del sistema binario
3. la velocità del baricentro del sistema
4. la velocità orbitale delle due stelle
5. l'eccentricità e il raggio delle orbite
6. le masse delle due stelle

Tempo (anni)	Vr (A) (km/s)	Vr (B) (km/s)
0.0000	40,0	40,0
0.0005	130,0	15,0
0.0010	160,0	0,0
0.0015	130,0	15,0
0.0020	40,0	40,0
0.0025	-50,0	65,0
0.0030	-80,0	80,0
0.0035	-50,0	65,0
0.0040	40,0	40,0
0.0045	130,0	15,0
0.0050	160,0	0,0
0.0055	130,0	15,0
0.0060	40,0	40,0

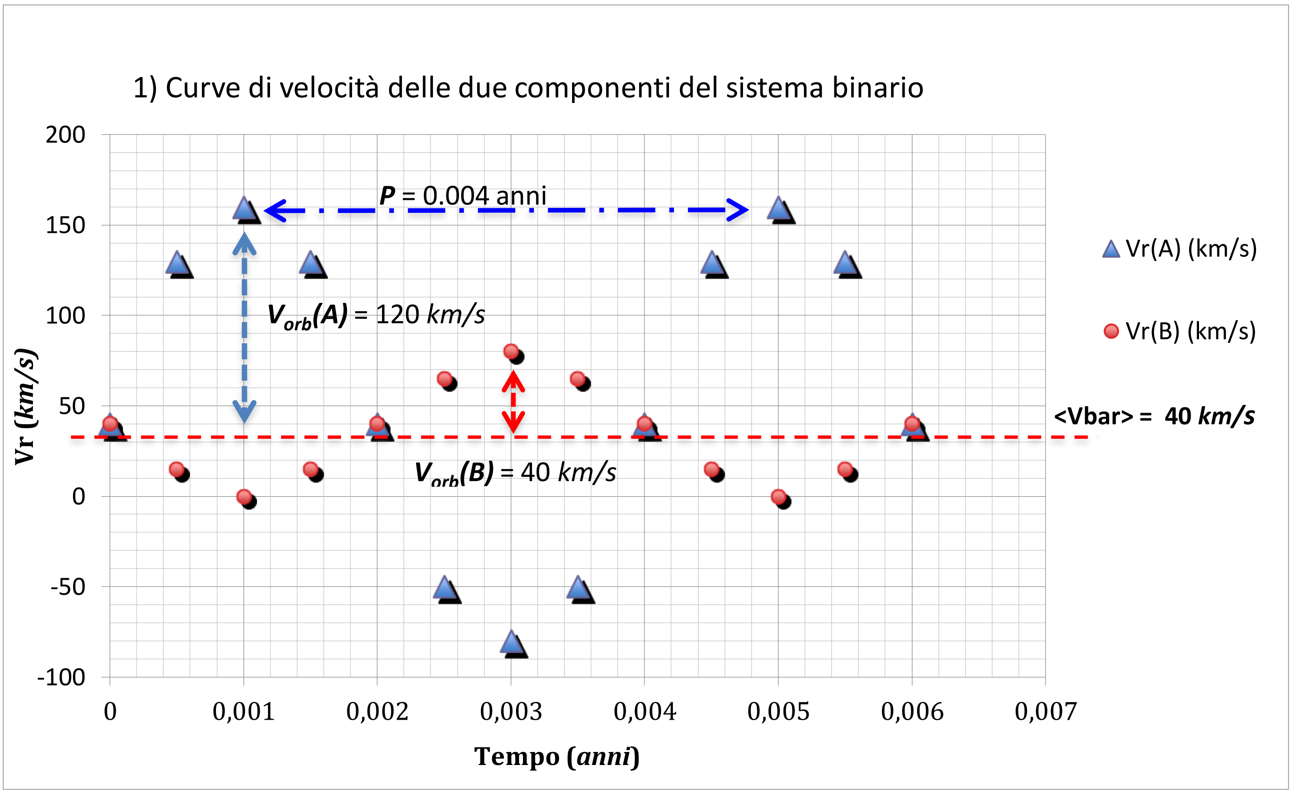
Curve di velocità radiale delle componenti il sistema binario

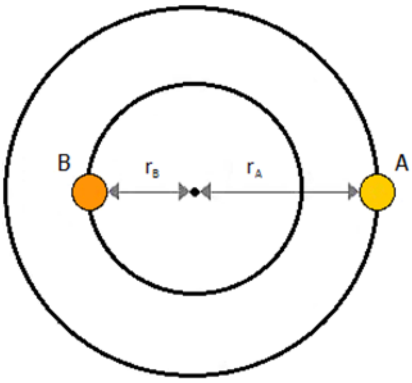
Vr (km/s)



Tempo (anni)

Soluzione





Poiché nel moto intorno al baricentro una componente si avvicina mentre l'altra si allontana, le due curve risultano opposte.

Nel caso in esame il piano delle orbite giace esattamente lungo la direzione di osservazione (i = 90°) e quindi la velocità massima osservata (V_{max}) è esattamente la velocità di rotazione della stella nella sua orbita circolare intorno al baricentro sommata alla velocità del baricentro. Detta velocità viene osservata (una volta con segno negativo, l'altra con segno positivo) nei punti in cui la componente di velocità trasversale è nulla (nel caso più generale in cui l'angolo "i" è diverso da 90° si avrà: V_{max} = V_{oss} sen i).

Dall'analisi del grafico delle curve di velocità radiale delle due componenti è possibile ricavare le seguenti quantità:

2) Dall'analisi del grafico ricaviamo che il periodo ***P*** del sistema binario è: ***P*** **= 0.004 anni = 1.461 giorni = 35.06 h = 126200 s**

3) I punti in cui le curve di velocità radiale delle due stelle si intersecano individuano una linea parallela all'asse "x" (segnata in rosso). L'intersezione si ha quando la componente di velocità radiale si annulla. Quindi l'intersezione ci fornisce la velocità del baricentro del sistema binario: **$< V_{bar} >$ = 40 *km/s*.**

4) La velocità orbitale con cui le stelle ruotano intorno al baricentro sarà dunque la differenza tra la velocità massima osservata e la velocità del baricentro. $V_{orb}(B)$ = 40 *km/s*, $V_{orb}(A)$ = 120 *km/s*

5) Essendo le curve nel grafico due sinusoidi, possiamo dire che le due orbite sono circolari: **e = 0.** Sfruttiamo questa proprietà per ricavare i raggi r_A e r_B delle due orbite, noti il periodo ***P*** e le velocità di rotazione: Per un'orbita circolare vale la relazione: $P = \frac{2\pi R}{V}$ per cui sarà:

$$r_A = \frac{P\, V_{orb}(A)}{2\pi} = \frac{126200 \cdot 120}{2\pi} = 2.41 \cdot 10^6 \ km = 0.0161 \ UA$$

$$r_B = \frac{P\, V_{orb}(B)}{2\pi} = \frac{126200 \cdot 40}{2\pi} = 8.03 \cdot 10^5 \ km = 0.00537 \ UA$$

6) Per ricavare le masse delle due stelle si sfrutta la seguente proprietà del baricentro:

$\boldsymbol{M_A}\,\boldsymbol{r_A} = \boldsymbol{M_B}\,\boldsymbol{r_B}$ da cui: $\boldsymbol{M_A} / \boldsymbol{M_B} = \boldsymbol{r_B} / \boldsymbol{r_A} = \boldsymbol{V_B} / \boldsymbol{V_A}$

e quindi: $\boldsymbol{M_B} / \boldsymbol{M_A} = 0.0161/0.00537 = 120/40 = 3$

Inoltre se esprimiamo le masse delle stelle in unità di massa solare ($M_\odot$), il semiasse maggiore in UA e il periodo in anni, possiamo scrivere la III legge di Keplero generalizzata al caso del problema dei due corpi, dove: $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_A} + \boldsymbol{r_B}$ è la distanza massima tra i due corpi, ovvero il semiasse maggiore dell'orbita. Possiamo dunque scrivere:

$\boldsymbol{M_B} + \boldsymbol{M_A} = \boldsymbol{r^3}/\boldsymbol{P^2}$

$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_A} + \boldsymbol{r_B} = 0.0161 + 0.00537 = 0.0215$ UA

Per cui si ha: $\boldsymbol{M_B} + \boldsymbol{M_A} = \boldsymbol{r^3}/\boldsymbol{P^2} = (0.0215)^3/(0.004)^2 = 0.62\ M_\odot$

Poiché precedente abbiamo ricavato: $\boldsymbol{M_B} / \boldsymbol{M_A} = 3$, possiamo ricavare le masse individuali delle due stelle che risultano: $\boldsymbol{M_B} = 0.46\ M_\odot$ ***e*** $\boldsymbol{M_A} = 0.16\ M_\odot$