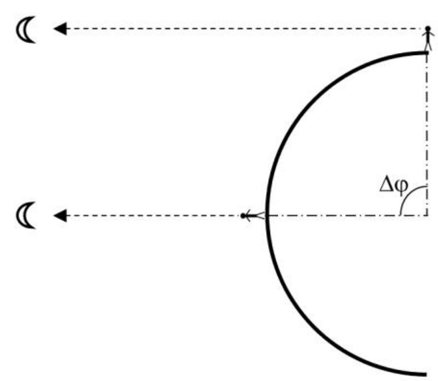
OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2011

GARA INTERREGIONALE

Categoria Senior

Problema 1. Marco e Gianna sono due giovani appassionati di astronomia romani. Gianna, in viaggio in un'importante capitale estera, telefona a Marco per salutarlo. Ad un certo punto Gianna esclama: "Qui è una bellissima serata, la Luna sta sorgendo proprio in questo istante!". Marco allora risponde: "Fantastico! Qui la Luna sta passando esattamente al meridiano, quindi so con precisione a che longitudine ti trovi!". Se la longitudine di Marco, in Italia, è 12° 30' E, a quale longitudine si trova Gianna ? Sapreste dire in che città si trova ? Si trascuri l'effetto dovuto alla distanza della Luna dalla Terra (*parallasse lunare*).

<u>Soluzione.</u> La soluzione di questo problema dipende in realtà dalla declinazione della Luna al momento dell'osservazione. Qui tratteremo solo il caso in cui tale declinazione sia nulla, ovvero il centro della Luna si trova sull'equatore celeste, in quanto questo caso è risolvibile senza l'utilizzo della trigonometria.

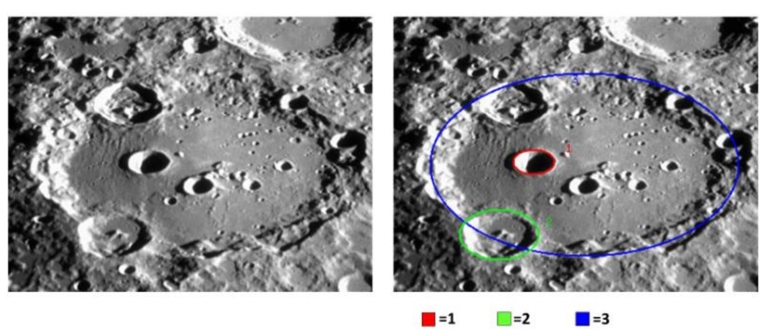


Ebbene, poiché Gianna vede la Luna sorgere, cioè a Est, mentre Marco la vede già al meridiano, è evidente che Gianna deve trovarsi ad Ovest di Marco. Poiché inoltre, come si vede nel disegno a lato, le direzioni di osservazione di Marco e Gianna sono, nell'ipotesi del problema, parallele (entrambe rivolte verso la Luna) ma Gianna vede la Luna al meridiano mentre Marco la vede sull'orizzonte, la differenza di longitudine $\Delta\varphi$ deve essere di 90°.
Gianna si trova dunque 90° a Ovest di Marco e la sua longitudine quindi è

Long = 12° 30' E + 90° W = -12° 30' W + 90° W = 77° 30' W

Gianna si trova negli Stati Uniti. Dai dati del problema non sappiamo esattamente a quale latitudine egli si trovi: tuttavia il problema ci dice che Gianna si trova in una "importante capitale estera", quindi non può che trovarsi a Washington.

Problema 2. Si osservino i crateri lunari (zona del *Cratere Clavius*) nelle due figure a lato. A sinistra sono mostrati i crateri, a destra tre di essi sono evidenziati con colori diversi e numerati. Riordinare in linea di massima la sequenza 1,2,3 in ordine cronologico, dal più antico al più giovane. Motivare la risposta.



<u>Soluzione.</u> La sequenza corretta è 3,2,1.

Infatti si noti che il cratere nr.3 deve essersi formato PRIMA del cratere nr. 2, in quanto il suo bordo è interrotto da quest'ultimo. Il cratere nr. 2, a sua volta, ha i bordi meno netti del cratere nr. 3. Questo vuol dire che il cratere nr. 2 deve essere più antico del nr. 1 in quanto c'è stato più tempo affinché diversi fattori esterni (impatti successivi con sollevamento e ricaduta di materiale, eventuale attività geologica, ma NON attività atmosferica!...) erodessero i bordi del cratere nr. 2 più di quanto abbiano fatto per il cratere nr. 1.
In realtà la datazione dei crateri è un argomento complesso, ma nel caso in esame possiamo in linea di massima dire che il nr. 3 è più antico del nr. 2 il quale a sua volta è più antico del nr. 1. La sequenza cronologica è dunque 3,2,1.

Problema 3. La magnitudine apparente del Sole, vista dalla Terra, è -26,8. Si calcoli la magnitudine apparente del Sole vista dai seguenti pianeti: Mercurio, Venere, Marte, Giove e Saturno.

<u>Soluzione.</u> Per la legge di Pogson, $m = -2,5 \log_{10} (F / F_0)$, dove F è il flusso di energia radiante da Sole ed F_0 un flusso di riferimento corrispondente ad una sorgente di magnitudine zero. Il flusso di energia radiante ricevuto ad una certa distanza D varia con l'inverso del quadrato della distanza stessa:

$$F = F_{rif} / D^2$$

Dove F_{rif} è un valore costante che corrisponde al flusso ricevuto sulla Terra se esprimiamo la distanza D in unità astronomiche (infatti per D=1 u.a. si ha $F_{Terra} = F_{rif}$).

Quindi possiamo riscrivere $F = F_{Terra} / D(u.a.)^2$ e, più in generale, la legge di Pogson per il nostro caso specifico come

$$m_{Sole} = -2,5 \log_{10} [(F_{Terra}/D(u.a.)^2)/F_0]$$

ovvero

$$m_{Sole} = -2,5 \log_{10} (F_{Terra}/F_0) + 5 \log_{10} D(u.a.)$$

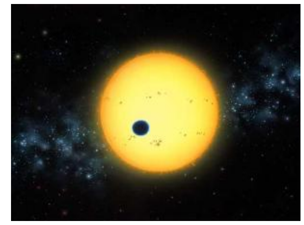
Sapendo quindi che $-2,5 \log_{10}(F_{Terra}/F_0)$ è proprio la magnitudine del Sole vista dalla Terra, cioè -26,8 , abbiamo l'espressione della magnitudine del Sole da una distanza D qualsiasi (espressa in unità astronomiche):

$$m_{Sole}^{(D)} = -26,8 + 5\log_{10} D$$

Per i pianeti in esame si ha pertanto:

Pianeta	***D (u.a.)***	$m_{Sole}^{(D)}$
Mercurio	*0,4*	$m_{Sole}^{(Mercurio)} = -26,8-2,0 = -28,8$
Venere	*0,7*	$m_{Sole}^{(Venere)} = -26,8-0,8 = -27,6$
Marte	*1,6*	$m_{Sole}^{(Marte)} = -26,8+1,0 = -25,8$
Giove	*5,2*	$m_{Sole}^{(Giove)} = -26,8+3,6 = -23,2$
Saturno	*9,5*	$m_{Sole}^{(Saturno)} = -26,8+4,9 = -21,9$

Problema 4. CoRoT-7b è uno dei pianeti extrasolari più vicini alla propria stella fin qui scoperti. Il semiasse maggiore della sua orbita vale appena 0,0172 UA mentre il suo periodo di rivoluzione è di soli 0,8536 giorni. Stimate da questi dati la massa della stella CoRoT-7 (assumete che la massa del pianeta sia trascurabile rispetto a quella della stella ed il valore $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ $m^3/kg\ s^2$ per la costante di gravitazione universale).



<u>Soluzione.</u> Dalla terza legge di Keplero nella sua forma generalizzata,

$$a^3/T^2 = G(M_1 + M_2) / 4\pi^2$$

ricaviamo:

$$(M_{CoRot\text{-}7} + M_{CoRot\text{-}7b}) = 4\pi^2 \; a^3 / G\, T^2$$

Trascurando la massa di CoRoT-7b (un pianeta ha sempre una massa molto inferiore a quella di una stella) avremo infine:

$$M_{CoRot\text{-}7} = 4\pi^2 \; a^3 / G\, T^2.$$

Poiché $a = 2{,}57 \cdot 10^9$ m e $T = 7{,}38 \cdot 10^4$ s, si ricava

$$M_{CoRot\text{-}7} = 1{,}84 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

La stella CoRot-7 ha quindi una massa leggermente inferiore a quella del Sole.

Problema 5. Partendo dalla II Legge di Keplero, si calcoli il rapporto tra le velocità orbitali tangenziali della Terra al perielio e all'afelio. Assumendo poi che la loro media sia pari alla velocità orbitale media della Terra in caso di orbita circolare, se ne calcolino i valori in km/s.

<u>Soluzione.</u> La II Legge di Keplero afferma che un pianeta in orbita attorno al Sole spazza aree uguali in tempi uguali, essendo l'area quella del settore di orbita con centro nel Sole ed arco pari all'arco percorso dal pianeta nell'intervallo di tempo considerato:

$$A_1 : t_1 = A_2 : t_2 \qquad \text{ovvero } A / t = \text{costante, con } A = \alpha \cdot r^2$$

dove α è l'angolo sotteso dall'arco di orbita percorsa. Ma $\ell = \alpha \cdot r$ è proprio la lunghezza di tale arco, per cui si può anche scrivere

$$A = \ell \cdot r$$

Applicando la formulazione A / t = costante, osserviamo che possiamo scrivere, senza perdere generalità,

$$(\ell / t) \cdot r = \text{costante} \qquad \text{ovvero} \qquad v \cdot r = \text{costante}$$

essendo v= ℓ/t la velocità orbitale alla distanza r. Applicando questa espressione all'afelio ed al perielio, otteniamo

$$v_{af} \cdot r_{af} = v_{per} \cdot r_{per}$$

e quindi

$$v_{per} / v_{af} = r_{af} / r_{per}$$

Per il caso della Terra si ha quindi (r_{af} = 152097701 km, r_{per} = 147098074 km):

$$v_{per} / v_{af} = 1{,}034$$

Assumendo inoltre che la media di queste due velocità sia pari alla velocità orbitale media v_m nel caso di orbita circolare,

$$v_m = 2\pi\, D_{Terra,Sole} / P_{Terra} = 2\pi \times 1{,}49597 \times 10^8 \text{ km} / (365 \times 24 \times 3600 \text{ s}) = 29{,}81 \text{ km} / \text{s}$$

ovvero

$$(v_{af} + v_{per}) / 2 = v_m$$

si ha un sistema che produce in definitiva i seguenti risultati:

$$v_{af} = 2v_m / (1 + r_{af} / r_{per}) = 2 * 29{,}81 / 2{,}034 = 29{,}31 \text{ km} / \text{s}$$

$$v_{per} = 2v_m / (1 + r_{per} / r_{af}) = 2 * 29{,}81 / 1{,}967 = 30{,}31 \text{ km} / \text{s}$$