



OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2018

Finale Nazionale – 19 aprile

Prova Pratica - Categoria Senior

Le fasi evolutive delle stelle nel diagramma di Hertzsprung-Russell

Stella	m_b	m_v
A	15.18	14.27
B	20.63	20.06
C	18.71	18.32
D	21.34	20.65
E	22.12	21.29
F	18.27	17.74
G	15.39	14.84
H	15.68	14.83
I	17.44	16.73
L	20.29	19.77
M	16.10	15.30

Nello studio dell'evoluzione stellare si confrontano spesso dati osservativi e dati teorici mediante l'utilizzo del diagramma di Hertzsprung-Russell (o diagramma HR).

Nella tabella a sinistra sono riportate le magnitudini apparenti nelle bande fotometriche "b" (m_b) e "v" (m_v) di undici stelle (indicate con lettere dalla A alla M) selezionate e osservate in un ammasso globulare.

- 1) Utilizzando il grigliato fornito (fig. 1) posiziona opportunamente le stelle in un grafico indice di colore ($m_b - m_v$) – magnitudine in banda V (m_v);
- 2) confrontando la posizione delle stelle sul grafico con le isocrone teoriche (stelle della stessa età ma di massa differente fig. 2) stima la fase evolutiva delle stelle A, B, C e G;
- 3) stima dalla fig. 2, utilizzando i valori osservati e assumendo come magnitudine assoluta media delle stelle del braccio orizzontale $M_v = 0.50$, il modulo di distanza e l'età dell'ammasso (ricorda che l'età si ricava dal "punto di turn off", cioè dall'ultima stella ancora in sequenza principale).

ID	$\frac{M}{M_\odot}$	$\log \frac{L}{L_\odot}$	$\log (T_e)$	Mb	Mv
1	0.634	-0.556	3.732	7.012	6.317
2	0.680	-0.354	3.759	6.351	5.776
3	0.701	-0.257	3.771	6.051	5.524
4	0.755	0.015	3.796	5.269	4.829
5	0.794	0.293	3.810	4.514	4.120
6	0.807	0.432	3.805	4.175	3.773
7	0.816	0.565	3.777	3.946	3.461
8	0.821	0.739	3.732	3.745	3.086
9	0.823	0.904	3.725	3.380	2.690
10	0.825	1.243	3.715	2.597	1.864
11	0.826	1.504	3.706	2.013	1.236
12	0.827	1.739	3.697	1.506	0.679
13	0.827	1.847	3.692	1.343	0.487
14	0.828	1.944	3.688	1.082	0.201
15	0.828	2.558	3.654	-0.054	-1.157
16	0.829	1.751	3.751	1.053	0.502
17	0.829	1.752	3.739	1.139	0.528
18	0.829	1.754	3.750	1.059	0.500
19	0.830	1.780	3.743	1.035	0.447

La tabella a sinistra contiene i dati di 19 stelle "teoriche", calcolati con un modello di struttura stellare. Per ogni stella sono indicati: il rapporto della sua massa con la massa del Sole (colonna 2), il logaritmo del rapporto della sua luminosità con la luminosità del Sole (colonna 3), il logaritmo della sua temperatura efficace (temperatura della fotosfera, colonna 4) e le magnitudini assolute nella banda "b" (colonna 5) e "v" (colonna 6). Tutti i dati sono in notazione scientifica.

- 4) Utilizzando i dati della tabella identifica le due stelle teoriche che meglio riproducono i dati osservativi delle stelle G e H dell'ammasso;
- 5) stima il rapporto dei raggi delle stelle G e H;
- 6) discuti, con l'aiuto di un disegno, il valore massimo e i due valori minimi del flusso osservabile nella curva di luce di un'ipotetica binaria a eclisse formata da queste due stelle, considerando i raggi ottenuti al punto 5 e il piano dell'orbita parallelo alla linea di vista.

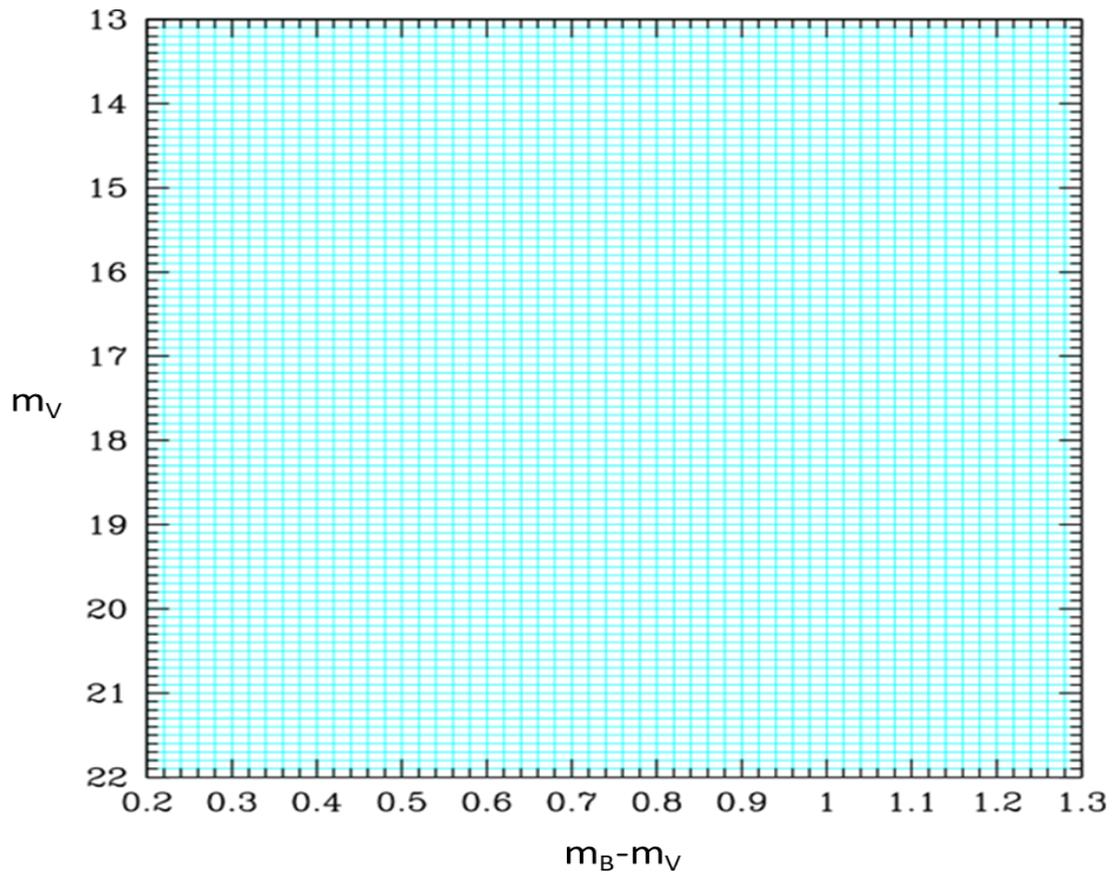


Fig. 1 - Grigliato per posizionare le stelle osservate

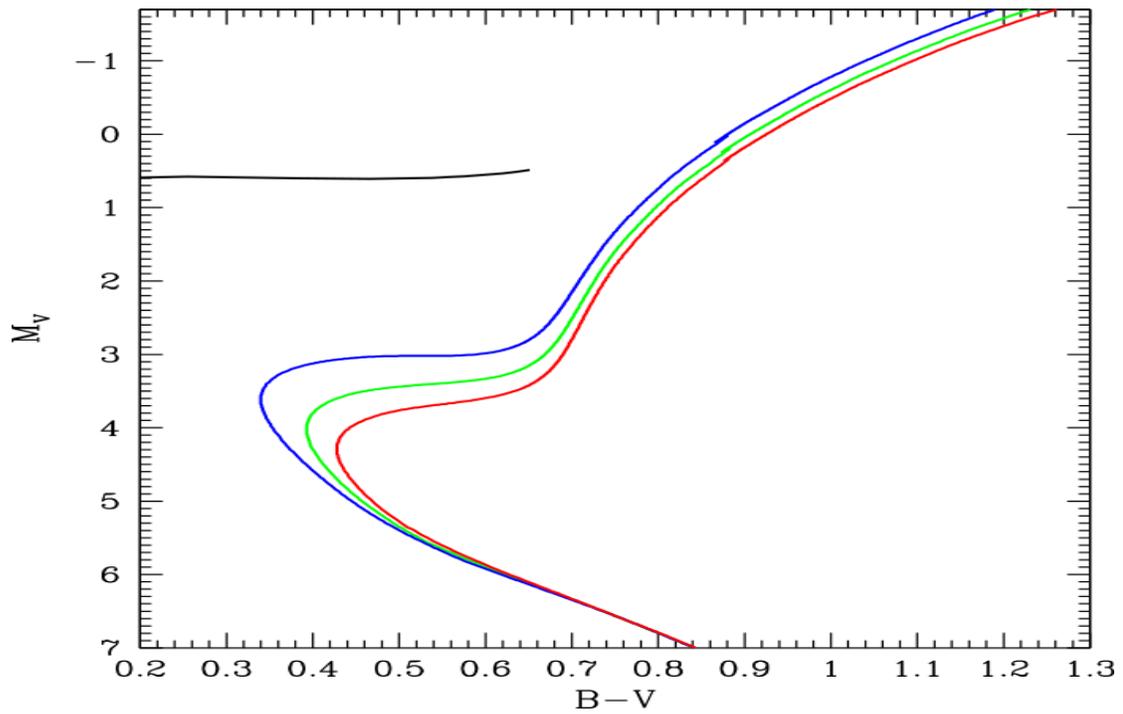
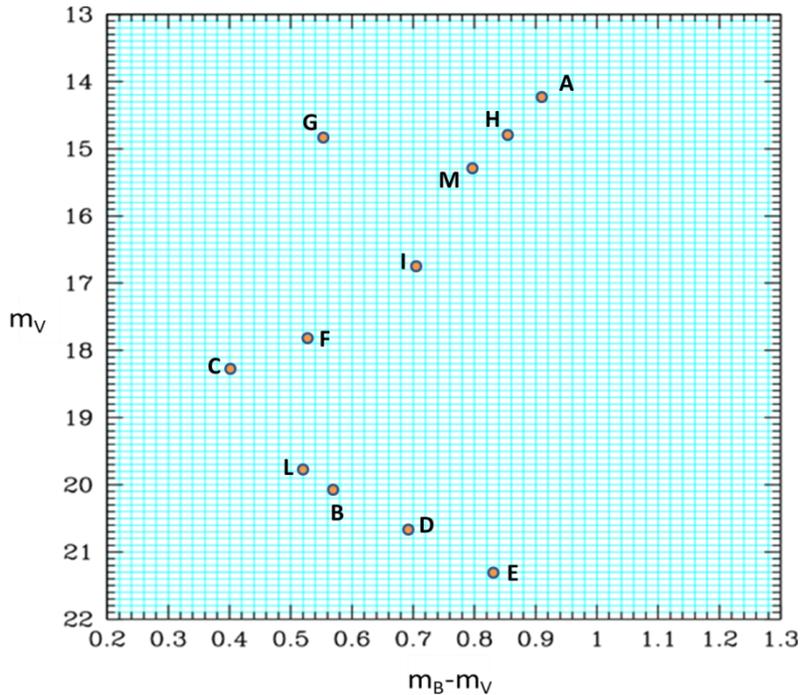


Fig. 2 - Isochrone teoriche per tre diverse età: 8 Gyr (blu), 12 Gyr (verde) e 16 Gyr (rosso); la linea nera rappresenta il braccio orizzontale

Soluzione.

1.

Stella	m_b	m_v	$m_b - m_v$
A	15.18	14.27	0.91
B	20.63	20.06	0.57
C	18.71	18.32	0.39
D	21.34	20.65	0.69
E	22.12	21.29	0.83
F	18.27	17.74	0.53
G	15.39	14.84	0.55
H	15.68	14.83	0.85
I	17.44	16.73	0.71
L	20.29	19.77	0.52
M	16.10	15.30	0.80



2. **A** = gigante rossa, **B** = sequenza principale, **C** = turn-off, **G** = braccio orizzontale (HB)
3. Utilizzando la stella “G” del braccio orizzontale, la cui magnitudine assoluta è $M_V \cong 0.50$, si ottiene il modulo di distanza “DM”:

$$DM = m - M = 14.84 - 0.50 = 14.34$$

Per calcolare l’età dell’ammasso bisogna confrontare il valore del B-V della stella C, che si trova in prossimità del turn-off, con quello del grafico delle isocrone.

Il valore di B-V della stella C è di circa 0.4 e fa stimare una età dell’ammasso di 12 Gyr (traccia verde sul grafico). Questo metodo viene detto “verticale”.

In alternativa, si calcola la magnitudine assoluta della stella di turn-off: $M_{V(\text{turn off})} = 18.32 - 14.34 = 3.98 \cong 4$, coincidente con la magnitudine assoluta di turn-off della isocrona a 12 Gyr. Questo metodo viene detto “orizzontale”.

4. Dal modulo di distanza si ottengono le magnitudini assolute delle stelle G e H:

$$G (M_b=1.05, M_v=0.50) \quad \text{e} \quad H (M_b=1.34, M_v=0.49)$$

Dalla tabella delle stelle teoriche, confrontando i valori con quelli delle magnitudini assolute ottenute per le due stelle, si ottiene che le stelle teoriche che meglio rappresentano le stelle G e H sono rispettivamente la stella 16 e la stella 13.

5. Dai dati delle stelle teoriche 16 e 13 si ricavano i valori di $\log(L/L_\odot)$ e di $\log(T_e)$ per le stelle G e H:

$$\log \frac{L_G}{L_\odot} = 1.751 \quad \text{e} \quad \log T_{eG} = 3.751 \quad \rightarrow \quad \frac{L_G}{L_\odot} = 56.36 \quad \text{e} \quad T_{eG} = 5636 \text{ K}$$

$$\log \frac{L_H}{L_\odot} = 1.847 \quad \text{e} \quad \log T_{eH} = 3.692 \quad \rightarrow \quad \frac{L_H}{L_\odot} = 70.31 \quad \text{e} \quad T_{eH} = 4920 \text{ K}$$

da cui:

$$\frac{L_G}{L_H} = 0.8016 \quad e \quad \frac{T_{eG}}{T_{eH}} = 1.146$$

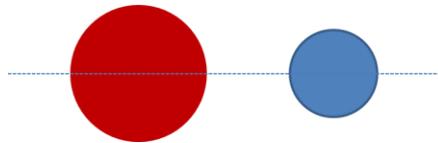
Sapendo che la luminosità di una stella è data da: $L = 4 \pi R^2 \sigma T_e^4$
 si ottiene:

$$\frac{L_G}{L_H} = \left(\frac{R_G}{R_H}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_{eG}}{T_{eH}}\right)^4$$

da cui si ricava il rapporto dei raggi delle due stelle:

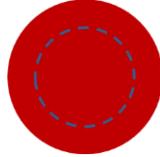
$$\frac{R_G}{R_H} = \sqrt{\frac{L_G}{L_H} \cdot \left(\frac{T_{eH}}{T_{eG}}\right)^4} = \sqrt{0.8016 \cdot \left(\frac{1}{1.146}\right)^4} = \sqrt{0.8016 \cdot 0.5797} = \sqrt{0.4647} \cong 0.68$$

5. Considerando il piano dell'orbita parallelo alla linea di vista, la magnitudine massima è la somma delle luminosità della gigante rossa H e della stella G (più piccola, ma con temperatura della fotosfera maggiore) del braccio orizzontale:



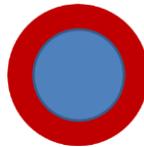
$$L_{\max} = L_H + L_G$$

Nel primo minimo (minimo principale), in cui la gigante rossa copre completamente la stella del braccio orizzontale, la luminosità totale del sistema è data da:



$$L_{\min 1} = L_H$$

Nel secondo minimo (minimo secondario) la stella del braccio orizzontale sta davanti alla gigante rossa, quindi la luminosità totale è data dalla somma della luminosità proveniente dalla stella del braccio orizzontale e da quella della porzione di superficie della gigante rossa rimasta scoperta:



Poiché $R_G = 0.68 R_H$, la differenza delle due superfici è data da:

$$\Delta S = S_H - S_G = \pi R_H^2 - \pi R_G^2 = \pi (R_H^2 - 0.46 R_H^2) = 0.54 \pi R_H^2$$

e quindi:

$$L_{\min 2} = L_G + 0.54 L_H$$