Campionati Italiani di Astronomia
Corso di preparazione alla Gara Interregionale

Categorie Senior/Master - Soluzioni lezione 3

1. Un osservatore misura per il Polo Nord celeste un'altezza sull'orizzonte pari a 37°. A che latitudine si trova l'osservatore?

Soluzione
I Poli celesti sono gli unici punti della sfera celeste che restano immobili durante il moto diurno. L'altezza sull'orizzonte $\boldsymbol{h_{polo}}$ del Polo Nord celeste è sempre pari alla latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ del luogo di osservazione, quindi l'osservatore si trova nell'emisfero nord a una latitudine:

$$\varphi = \mathrm{h_{polo}} = +37°$$

2. Un osservatore posto nell'emisfero nord misura per l'equatore celeste un'altezza massima sull'orizzonte pari a 30°. A che latitudine si trova l'osservatore?

Soluzione
L'altezza massima $\boldsymbol{h_{max}}$ sull'orizzonte di un corpo celeste (o di un punto sulla sfera celeste) si ha quando il corpo (o il punto) transita al meridiano in direzione sud. Per un corpo con declinazione $\boldsymbol{\delta}$ e per un osservatore posto a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ si ha:

$$\mathrm{h_{max}} = 90° - \varphi + \delta$$

Tutti i punti dell'equatore celeste hanno, per definizione, $\delta = 0°$. Quindi, detta $\boldsymbol{h_{max-EC}}$ l'altezza massima dell'equatore celeste, avremo:

$$\varphi = 90° + \delta - \mathrm{h_{max-EC}} = 90° + 0° - 30° = 60°$$

3. Quali delle seguenti stelle:
$\boldsymbol{\alpha}$ Boo (δ = +19° 11'), $\boldsymbol{\alpha}$ Lyr (δ = +38° 47') e $\boldsymbol{\alpha}$ UMa (δ = +61° 45') risultano circumpolari se osservate da Catania, la cui latitudine è $\boldsymbol{\varphi}$ = +37° 31'? Quali delle stesse stelle sono circumpolari al Polo Nord?

Soluzione
In una località a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ risultano circumpolari tutte le stelle con declinazione $\boldsymbol{\delta}$ tale che:

$$\delta > 90° - \varphi$$

A Catania risultano quindi circumpolari tutte le stelle con:

$$\delta > 90° - 37°\,31'$$

cioè con:

$$\delta > 52°\,29'$$

Ovvero tra quelle in esame solo $\boldsymbol{\alpha}$ UMa.
Al Polo Nord essendo $\boldsymbol{\varphi = 90°}$ tutte le stelle con $\boldsymbol{\delta} > 0$, quindi tutte quelle in esame, risultano circumpolari.

4. Un osservatore si trova alla latitudine 75° Nord e vuole sapere se può osservare una cometa che ha declinazione 30° Sud.
Vuole sapere inoltre se la cometa ha un'orbita ellittica, parabolica o iperbolica, sapendo che ha una massa di $6.0 \cdot 10^{10}$ kg e possedeva una velocità di 0.90 km/s alla distanza di 36 UA dal Sole.

Soluzione

In una qualsiasi località a latitudine **φ** risultano visibili (nel corso dell'anno e del moto diurno) tutti gli oggetti con declinazione **δ** tale che:

$$\delta > \varphi - 90°$$

Quindi alla latitudine **φ** = 75° saranno visibili oggetti con:

$$\delta > 75° - 90°,$$

cioè con:

$$\delta > -15°$$

Sappiamo però che la rifrazione atmosferica, che nei pressi dell'orizzonte ha un valore di circa 35', fa aumentare la declinazione apparente di un oggetto. Quindi alla latitudine **φ** = 75° la declinazione limite $\boldsymbol{\delta_{lim}}$ per la visibilità vale:

$$\delta_{lim} = 75° - 90° - 35' = -15° \, 35'$$

Detta $\boldsymbol{\delta_{cometa}}$ la declinazione della cometa si ha:

$$\delta_{cometa} = 30° \, S = -30° < \delta_{lim}$$

Quindi la cometa non risulta mai visibile anche considerando la rifrazione atmosferica (si dice anche che risulta "anticircumpolare" per quell'osservatore).

Per identificare il tipo di orbita, calcoliamo l'energia meccanica totale **E** della cometa, data dalla somma dell'energia cinetica e di quella potenziale. Detti **m** la massa della cometa, **v** la sua velocità alla distanza **r**, e **M** la massa del Sole, si ottiene:

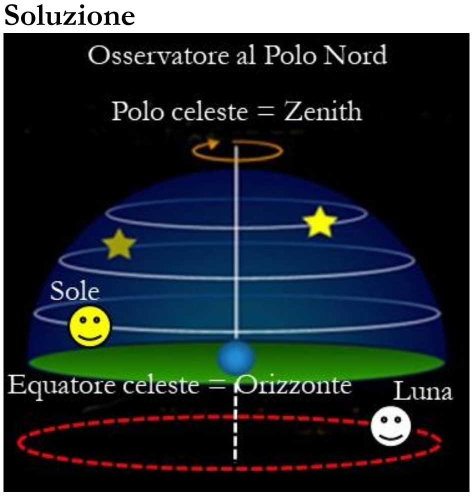
$$\mathrm{E} = \frac{1}{2} \mathrm{m\, v}^2 - \frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}}$$

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2} \cdot 6.0 \cdot 10^{10}\, kg \cdot \left(0.90 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2 + \\ - \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \dfrac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot 1.989 \cdot 10^{30}\, kg \cdot 6.0 \cdot 10^{10}\, kg}{36 \cdot 149.6 \cdot 10^9\, m} \simeq -1.5 \cdot 10^{18}\, J$$

Dunque, poiché **E** è minore di zero, l'orbita è ellittica.

5. Nella seconda metà del mese di giugno un orso bianco sosta per alcuni giorni al Polo Nord. In quei giorni la Luna è prossima alla fase di Luna Piena. Può l'orso vederla in cielo?

Soluzione



Le osservazioni si svolgono in prossimità del solstizio d'estate, quando il Sole si trova nella parte più settentrionale dell'eclittica e la sua declinazione è:

$$\delta_{\odot} \simeq +23°$$

Al polo Nord il polo celeste coincide con lo zenit e l'equatore celeste con l'orizzonte; di conseguenza l'altezza di un astro ha lo stesso valore della sua declinazione.

Al polo Nord, nel suo moto apparente diurno in prossimità del solstizio d'estate il Sole non tramonta mai, perché percorre un cerchio quasi parallelo all'orizzonte (un almucantarat) con altezza:

$$h_{\odot} = \delta_{\odot} \simeq +23°$$

La Luna è Piena quando si trova in direzione esattamente opposta a quella del Sole, quindi nei giorni delle osservazioni dell'orso la sua declinazione risulta: $\delta_{\mathrm{Luna}} \simeq -23°$

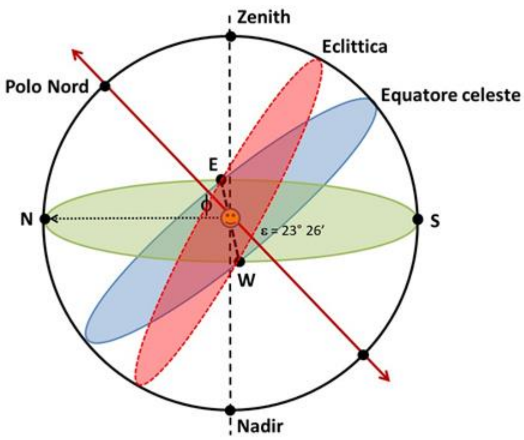
L'orbita della Luna è inclinata di circa $\pm 5°$ sull'eclittica, tuttavia anche considerando il massimo valore positivo la sua altezza $\mathbf{h_{Luna}}$ sull'orizzonte risulta:

$$h_{Luna} = \delta_{Luna} \simeq -23° + 5° \simeq -18°$$

Di conseguenza al Polo Nord in prossimità del solstizio d'estate se la Luna è prossima alla fase di Luna Piena resta sempre sotto l'orizzonte e l'orso non può vederla.

6. Quanto valgono, in gradi, le distanze minime e massime dell'equatore celeste e dell'eclittica?

Soluzione



I piani dell'eclittica e dell'equatore celeste formano un angolo ε = 23° 26' detto obliquità dell'eclittica.

L'equatore celeste e l'eclittica si incontrano in due punti, il punto γ (che ha ascensione retta α = 0h) e il punto Ω (che ha ascensione retta α = 12h), dove ovviamente la loro distanza angolare è minima ed è pari a zero.

La massima distanza angolare si ha in corrispondenza dell'ascensione retta α = 6h e dell'ascensione retta α = 18h ed è pari a **ε** = 23° 26'.

7. Per quanto tempo ogni giorno il Sole rimane visibile, anche solo parzialmente, a un osservatore posto sull'equatore della Terra? Per il diametro apparente del Sole si assuma un valore di 32'; si trascuri la sua variazione di ascensione retta nel corso di un giorno.

Soluzione

All'equatore il Sole tramonta sempre perpendicolarmente all'orizzonte. Nel corso di un giorno solare medio il Sole percorre circa 24h (= 360°) di angolo orario.

Grazie alle sue dimensioni angolari, il Sole sarà visibile all'alba quando il suo centro si trova di un angolo $\Delta h = 16'$ sotto l'orizzonte e sarà ancora visibile al tramonto quando il suo centro si trova di un angolo $\Delta h = 16'$ sotto l'orizzonte.

Inoltre, a causa della rifrazione dell'atmosfera, pari a circa 35' all'orizzonte, il bordo superiore del Sole diventa visibile all'alba quando si trova $\Delta r = 35'$ sotto l'orizzonte e sarà ancora visibile al tramonto quando si trova $\Delta r = 35'$ sotto l'orizzonte.

In definitiva all'equatore, a causa delle dimensioni angolari e della rifrazione, il Sole resta visibile per un angolo **H**:

$$H = 180° + 2\Delta h + 2\Delta r = 180° + 32' + 70' = 181° \, 42'$$

Detto $\mathbf{\Delta T}$ il tempo di permanenza del Sole sopra l'orizzonte, vale la relazione:

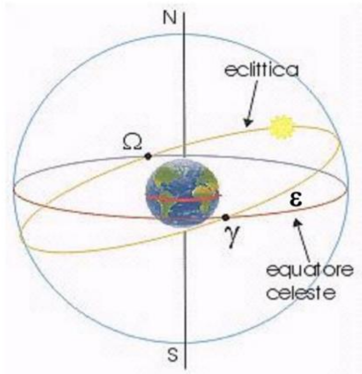
$$\Delta T : 181° \, 42' = 24h : 360°$$

e quindi:

$$\Delta T = \frac{181° \, 42' \cdot 24h}{360°} \simeq 12.11 \text{ h} \simeq 12h \; 7m$$

8. Calcolate l'ascensione retta del Sole ai solstizi e agli equinozi.

Soluzione



Nel corso di un anno, a causa del moto di rivoluzione della Terra, vediamo il Sole spostarsi rispetto alle stelle da Ovest verso Est, con la sua l'ascensione retta $\alpha_\odot$ che varia tra 0h e 24h (= 0 h).
All'equinozio di primavera, che cade tra il 20 e il 21 marzo, il Sole si trova nel punto γ (punto di Ariete), quindi per definizione:

$$\alpha_{\odot\gamma} = 0 \text{ h}$$

All'equinozio di autunno, che cade tra il 22 e 23 settembre, il Sole si trova nel punto Ω (punto della Bilancia), dalla parte opposta dell'eclittica, e quindi:

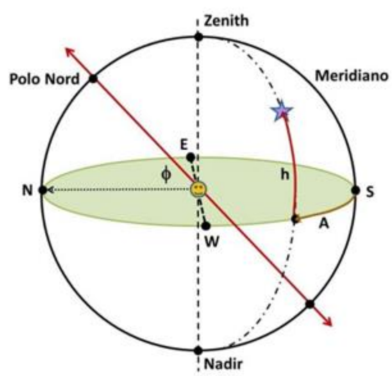
$$\alpha_{\odot\Omega} = 12 \text{ h}$$

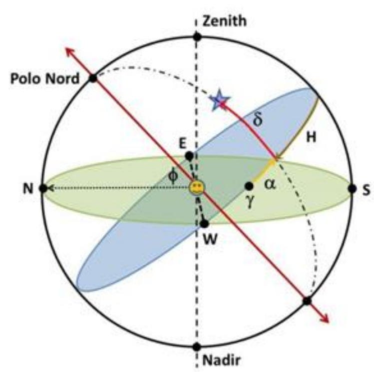
I solstizi sono esattamente intermedi ai due equinozi, con il solstizio d'estate (**SE**) che cade tra il 20 e il 21 giugno e il solstizio d'inverno (**SI**) che cade tra il 21 e il 22 dicembre; avremo quindi:

$$\alpha_{\odot_{SE}} = 6 \text{ h} \qquad \alpha_{\odot_{SI}} = 18 \text{ h}$$

9. Scrivete le coordinate altazimutali e orarie dei punti cardinali Est e Ovest, del Polo Nord celeste e dello Zenith per un osservatore posto a Catania (φ = +37° 31').

Soluzione





I quattro punti di cui si chiedono le coordinate sono fissi, non partecipano cioè al moto diurno; quindi le loro coordinate altazimutali (azimut A e altezza h) e orarie (angolo orario H e declinazione δ) restano costanti.

Per un osservatore nell'emisfero Boreale, la latitudine del luogo è pari alla distanza angolare tra l'orizzonte e il polo Nord contata dal punto cardinale Nord e alla distanza angolare tra l'equatore celeste e lo zenith. Ricordiamo inoltre che tutti i cerchi verticali passano per lo zenith e tutti i cerchi orari passano per i poli.
L'azimut e l'altezza si contano in gradi, l'azimut dal punto cardinale sud in senso orario, l'altezza dall'orizzonte. L'angolo orario si conta in ore dal meridiano in senso orario, la declinazione in gradi dall'equatore celeste. Avremo quindi:

	A	h	H	δ
Est	270°	0°	18h	0°
Ovest	90°	0°	6h	0°
Polo Nord	180°	37° 31'	imprecisato	90°
Zenith	imprecisato	90°	0h	37° 31'

10. Un osservatore posto sul meridiano di Greenwich misura per una stella un angolo orario di 2h. Nello stesso istante un secondo osservatore misura per la stessa stella un angolo orario di 4h 15m. A che longitudine si trova il secondo osservatore?

Soluzione

Osservando nello stesso istante una data stella, una differenza di angolo orario $\Delta\mathrm{H}$ equivale a una differenza in longitudine $\Delta\lambda$ dei due osservatori pari a:

$$\Delta\lambda = \frac{360° \cdot \Delta\mathrm{H}}{24h}$$

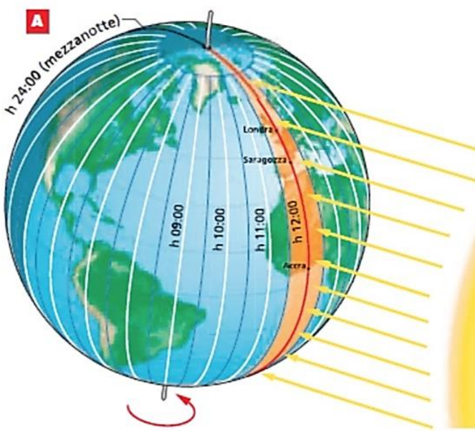
ovvero nel caso in esame:

$$\Delta\lambda = \frac{360° \cdot 2.25h}{24h} = 33°.75 = 33°\,45'$$

Poiché il secondo osservatore misura un angolo orario maggiore, vuol dire che si trova a est del meridiano di Greenwich e quindi la sua longitudine è: $\lambda = 33°\,45'$.

11. Due osservatori, i cui orologi funzionano perfettamente, si trovano alla stessa latitudine e a pochi metri di distanza l'uno dall'altro. Osservano contemporaneamente il passaggio del Sole al meridiano in direzione sud. Eppure l'orologio del primo segna le 11:30, mentre l'orologio del secondo segna le 12:30. Dove si trovano i due osservatori?

Soluzione



La superficie della Terra è divisa in 24 fusi orari, la cui larghezza media è di 15°. Il tempo in un fuso è un'ora avanti rispetto al fuso immediatamente a ovest e un'ora indietro rispetto al fuso immediatamente a est (solo in pochissimi stati vengono utilizzati fusi orari intermedi).
L'ora segnata dai nostri orologi è la cosiddetta ora civile ed è la stessa per tutti i punti all'interno di un dato fuso orario, mentre l'ora del passaggio di un astro al meridiano di un osservatore dipende dalla sua vera longitudine.
Se i due osservatori vedono il passaggio del Sole al meridiano sud contemporaneamente vuol dire che si trovano all'incirca alla stessa longitudine.
Si deduce che i due osservatori si trovano in prossimità di un meridiano della Terra che segna il confine tra due fusi orari adiacenti. Il primo si trova 7.5° a est del meridiano centrale del suo fuso orario, mentre il secondo si trova 7.5° a ovest del meridiano centrale del suo fuso orario. Quindi i due osservatori vedranno in simultanea il passaggio del Sole al meridiano anche se i loro orologi segnano un'ora di differenza. Non è però possibile precisare con esattezza in quali fusi orari adiacenti si trovano i due osservatori.

12. Considerate un osservatore che abita a Messina ($\lambda = 15°\,33'\,19''.54;\ \varphi = 38°\,11'\,09''.80$) e uno che abita a Reggio Calabria ($\lambda = 15°\,39'\,00''.42;\ \varphi = 38°\,06'\,53''.00$) dotati entrambi di un orologio a tempo siderale e di uno a Tempo Universale. Di quanto differisce il tempo siderale dei due osservatori? Quale dei due orologi è "più avanti"? Di quanto differisce il Tempo Universale dei due osservatori?

Soluzione
Per calcolare la differenza tra il tempo segnato dai due orologi a tempo siderale, occorre considerare la differenza in longitudine $\Delta\lambda$ tra i due osservatori:

$$\Delta\lambda = 15°\,39'\,00''.42 - 15°\,33'\,19''.54 = 5'\,40''.88 = 340''.88$$

La differenza tra l'ora locale, solare o siderale, a due diverse longitudini $\mathbf{\Delta T}$ misurata allo stesso istante è legata alla differenza di longitudine $\boldsymbol{\Delta\lambda}$ dalla relazione:

$$\Delta\mathrm{T} = \frac{24\ \mathrm{h} \cdot \Delta\lambda}{360°}$$

Da cui, esprimendo gli angoli in secondi d'arco e il tempo in secondi ricaviamo:

$$\Delta\mathrm{T} = \frac{86400\ \mathrm{s} \cdot 340''.88}{1296000''} \simeq 22.73\ \mathrm{s}$$

Poiché Reggio Calabria si trova a Est di Messina, l'orologio a tempo siderale dell'osservatore a Reggio Calabria è "più avanti" di 22.73 secondi siderali dell'orologio dell'osservatore a Messina. Gli orologi a Tempo Universale dei due osservatori segneranno invece la stessa ora.

13. Dalla relazione che lega il tempo siderale con l'ascensione retta e l'angolo orario degli oggetti sulla sfera celeste, dire se l'ascensione retta aumenta da est verso ovest o viceversa.

Soluzione

Detti $\boldsymbol{t}$ il tempo siderale, $\boldsymbol{\alpha}$ l'ascensione retta di una stella e **H** il suo angolo orario vale la relazione:

$$\mathrm{t} = \alpha + \mathrm{H}$$

Quando una stella passa al meridiano in direzione sud il suo angolo orario è zero e quindi:

$$\mathrm{t} = \alpha$$

Ne segue che a ogni istante passano al meridiano le stelle che hanno ascensione retta pari al tempo siderale. Quindi al trascorrere del tempo passano al meridiano stelle con ascensione retta crescente. Poiché la sfera celeste ruota da est verso ovest l'ascensione retta aumenta da ovest verso est.

14. Osservate che una stella sull'equatore celeste sorge quando il vostro orologio a tempo siderale segna 5h. Quanto vale l'ascensione retta della stella? Assumete di trovarvi al livello del mare e trascurate la rifrazione atmosferica.

Soluzione

La declinazione della stella è pari a zero poiché si trova sull'equatore celeste. Al momento in cui sorge, il suo angolo orario $\boldsymbol{H}$ vale:

$$H = -6h$$

il segno è negativo poiché la stella è a est del meridiano.

Detti $\boldsymbol{t}$ il tempo siderale e $\boldsymbol{\alpha}$ l'ascensione retta della stella, vale la relazione:

$$\mathrm{t} = \alpha + \mathrm{H}$$

da cui ricaviamo:

$$\alpha = t - H = 5h + 6h = 11h$$

15. Un osservatore dispone di un orologio a tempo universale e di un orologio a tempo siderale. In un certo istante i due orologi segnano entrambi t = 0. Che tempo segnerà l'orologio a tempo siderale quando quello a tempo universale segnerà t = 16 h?

Soluzione

Il Tempo Universale è definito come il tempo solare medio dell'Osservatorio di Greenwich. La durata di un giorno solare medio è di 24 h, mentre la durata di un giorno siderale è di 23h 56m 4.1s = 23.9344722 ore.

Il rapporto **K** tra i due valori permette di convertire gli intervalli di tempo solare medio $\boldsymbol{\Delta T}$ in intervalli di tempo siderale $\boldsymbol{\Delta t}$:

$$\mathrm{K} = \frac{24\ \mathrm{h}}{23.93447\ \mathrm{h}} \simeq 1.0027378$$

In definitiva un orologio a tempo siderale è **più veloce** di un orologio a tempo universale; avremo quindi:

$$\Delta t = \Delta T \cdot K = 16 \cdot 1.0027378 \simeq 16.043805 \simeq 16\mathrm{h}\ 2\mathrm{m}\ 37.7\mathrm{s}$$

16. Abbiamo osservato una stella sorgere alle ore 22:00 UT del 3 febbraio 2012. In una data successiva abbiamo osservato la stessa stella sorgere alle 19:58 UT. In che giorno è stata fatta la seconda osservazione? Assumiamo per il giorno siderale una durata di 23h 56m 4.1s (=86164.1 s).

Soluzione

A causa della differenza tra giorno siderale (23h 56m 4.1s) e giorno solare medio (24 h), ogni giorno le stelle anticipano l'ora in cui sorgono di un tempo $\mathbf{\Delta t}$ pari a:

$$\Delta t = 24\text{h} - 23\text{h}\ 56\text{m}\ 4.1\text{s} = 3\text{m}\ 55.9\text{s} \simeq 3.93\ \text{m}$$

La differenza $\boldsymbol{\Delta T}$ di tempo universale tra le due osservazioni è:

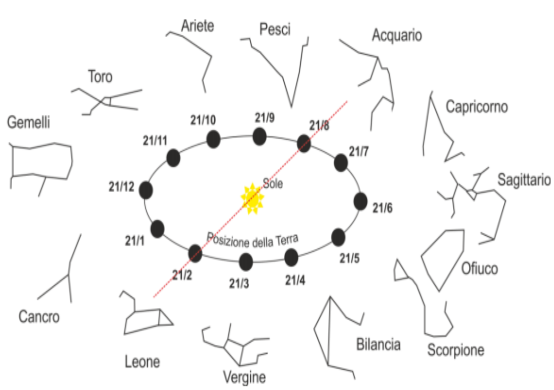
$$\Delta T = 2\text{h}\ 2\text{m} = 122\ \text{m}$$

Quindi il numero **N** di giorni trascorsi, arrotondato all'intero più prossimo, è dato da:

$$N = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{122\ \text{m}}{3.93\ \text{m}} = 31$$

Poiché il 2012 era un anno bisestile, la seconda osservazione è stata fatta il 5 marzo 2012.

17.



La figura a sinistra rappresenta la posizione della Terra, durante il suo moto di rivoluzione attorno al Sole il 21 di ogni mese, rispetto alle costellazioni dello zodiaco.
Se oggi è il 21 febbraio (21/2):

a) In quale costellazione dello zodiaco vediamo il Sole?
b) Quale costellazione dello zodiaco passerà al meridiano in direzione sud a mezzanotte?
c) Quale costellazione dello zodiaco si troverà questa sera più prossima all'orizzonte a ovest appena dopo il tramonto del Sole?

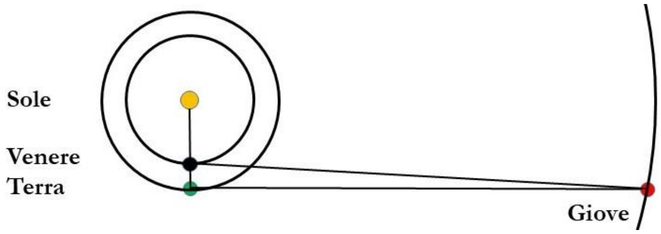
Soluzione

Tracciamo la retta (visibile in rosso) passante per la posizione della Terra il 21 febbraio e per il Sole.

a) Il 21 febbraio vedremo il Sole proiettato nella costellazione dell'Acquario.
b) Il Sole passa al meridiano in direzione sud a mezzogiorno, quindi a mezzanotte passa al meridiano in direzione sud la costellazione dello zodiaco opposta rispetto a quella in cui si trova il Sole, ovvero, nella data del 21 febbraio, il Leone.
c) A causa della rotazione della Terra se a un certo istante una costellazione dello zodiaco tramonta a ovest, quella che tramonterà subito dopo sarà quella collocata immediatamente a est rispetto a essa. Poiché il 21 febbraio il Sole si trova nell'Acquario, appena dopo il tramonto verso l'orizzonte in direzione ovest troveremo i Pesci.

18. Supponete che si verifichi la configurazione planetaria con Venere in congiunzione inferiore e contemporaneamente Giove in quadratura. Un osservatore su Giove, dotato di un buon telescopio, vedrebbe una porzione di Venere inferiore a un quarto. Quanto tempo fa è partita dal Sole la luce che il gioviano vede provenire da Venere, sapendo che in quel momento la distanza Terra-Giove è di 5.11 UA? Considerate le orbite dei pianeti circolari e trascurate l'inclinazione delle orbite di Venere e di Giove sull'eclittica.

Soluzione



La configurazione considerata è mostrata nella figura a sinistra, dove le dimensioni delle orbite sono in scala.
Indichiamo con $\mathbf{D_V}$ la distanza media Sole-Venere, con $\mathbf{D_T}$ la distanza media Sole-Terra (= 1 UA), con $\mathbf{D_{TV}}$ la distanza Terra-Venere, con $\mathbf{D_{VG}}$ la distanza Venere-Giove e con $\mathbf{D_{TG}}$ la distanza Terra-Giove (= 5.11 UA).

La luce che da Venere arriva a Giove è stata emessa dal Sole e poi riflessa da Venere e ha quindi viaggiato per uno spazio **D** dato da:

$$\mathrm{D} = \mathrm{D_V} + \mathrm{D_{VG}}$$

Troviamo $\mathbf{D_{VG}}$ con il teorema di Pitagora, considerando il triangolo formato Venere-Terra-Giove che è rettangolo perché Giove è in quadratura

$$\mathrm{D_{VG}} = \sqrt{\mathrm{D_{TV}}^2 + \mathrm{D_{TG}}^2} = \sqrt{(\mathrm{D_T} - \mathrm{D_V})^2 + \mathrm{D_{TG}}^2} \simeq$$

$$\simeq \sqrt{(41.4 \cdot 10^6\ \mathrm{km})^2 + (5.11 \cdot 149.6 \cdot 10^6\ \mathrm{km})^2} \simeq 7.68 \cdot 10^8\ \mathrm{km}$$

Pertanto la distanza D sarà:

$$\mathrm{D} = \mathrm{D_V} + \mathrm{D_{VG}} = 108.2 \cdot 10^6\ \mathrm{km} + 768 \cdot 10^6\ \mathrm{km} = 874 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$$

Questo spazio viene percorso dalla luce in un tempo **T** pari a:

$$T = \frac{D}{c} \simeq \frac{874 \cdot 10^6\ \mathrm{km}}{299792\ \frac{km}{s}} \simeq 2910\ s \simeq 48m\ 30s$$

Nota.
Visto il tempo totale impiegato dalla luce a percorrere il tragitto Sole-Venere-Giove, sono del tutto irrilevanti gli effetti dovuti alle variazioni di distanza tra i corpi considerati in detto tempo.

19. Nel film "Il pianeta proibito" i protagonisti scappano da un pianeta simile alla Terra dopo aver attivato un sistema che ne provocherà la distruzione dopo 24h dalla loro partenza. Se l'astronave con cui fuggono viaggia a una velocità pari a 0.180 di quella della luce, a che distanza si troveranno dal pianeta quando lo vedranno esplodere?

Soluzione
Nella soluzione dobbiamo considerare il fatto che l'astronave non è ferma, ma si sta allontanando dal pianeta. Quindi la luce emessa nell'esplosione, che viaggia alla velocità **c**, deve "inseguire" l'astronave che viaggia a una velocità $\mathrm{v_A}$ pari a:

$$\mathrm{v_A} = 0.180 \cdot \mathrm{c}$$

Detto **t** il tempo necessario alla luce per raggiungere l'astronave, al momento in cui dall'astronave si assisterà all'esplosione il tempo **T** trascorso dalla partenza sarà:

$$\mathrm{T} = 24\ \mathrm{h} + \mathrm{t}$$

Lo spazio $\mathbf{s_0}$ percorso dall'astronave in 24h vale:

$$\mathbf{s_0} = \mathrm{v_A} \cdot 24\mathrm{h} = 0.180 \cdot \mathrm{c} \cdot 86400\ \mathrm{s} \simeq 4.66 \cdot 10^9\ \mathrm{km}$$

Lo spazio totale $\mathbf{s_A}$ percorso dall'astronave dal momento della partenza fino a quando viene raggiunta dalla luce dell'esplosione è dato dalla relazione:

$$\mathrm{s_A} = \mathrm{s_0} + \mathrm{v_A} \cdot \mathrm{t}$$

Infine lo spazio $\mathbf{s_L}$ percorso dalla luce dal momento dell'esplosione fino a quando raggiungerà l'astronave è dato dalla relazione:

$$s_L = c \cdot t$$

Quando la luce dell'esplosione raggiunge l'astronave avremo:

$$s_A = s_L$$

$$s_0 + v_A \cdot t = c \cdot t$$

da cui si ricava:

$$t = \frac{s_0}{c - v_A} = \frac{s_0}{0.820\ c}$$

e infine:

$$T = 24\ h + t = 24\ h + \frac{s_0}{0.820\ c} \simeq 86400\ s + \frac{4.66 \cdot 10^9\ km}{246 \cdot 10^3\ \frac{km}{s}} \simeq 105 \cdot 10^3\ s \simeq 29h\ 10m$$

ovvero quando l'astronave si troverà a una distanza dal pianeta:

$$s_A = s_0 + v_A \cdot t = v_A \cdot T \simeq 0.180 \cdot c \cdot 105 \cdot 10^3\ s \simeq 5.67 \cdot 10^9\ km \simeq 37.9\ UA$$

20. La stella Altair (α Aql) mostra un moto di avvicinamento al Sole con velocità radiale di -26.0 km/s.

1. Di quanto apparirebbe spostata verso il blu la riga H_α (la cui lunghezza d'onda a riposo vale 6562.8 Å) dello spetto di Altair se osservata dal Sole?
2. Quale velocità radiale avrebbe il Sole visto da Altair?
3. Quale velocità radiale avrebbe il Sole se osservato da un pianeta in orbita attorno ad Altair?

Soluzione

1. Per un qualsiasi oggetto celeste, detta $\boldsymbol{\lambda}$ la lunghezza d'onda osservata per una riga dello spettro e $\boldsymbol{\lambda_0}$ la lunghezza d'onda a riposo della stessa riga, la velocità radiale dell'oggetto rispetto all'osservatore vale:

$$v = c\ \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$$

Se $\lambda < \lambda_0$ la riga si dice "spostata verso il blu" e la velocità ottenuta è negativa, ovvero l'oggetto è in avvicinamento. Se $\lambda > \lambda_0$ la riga si dice "spostata verso il rosso" e la velocità ottenuta è positiva, ovvero l'oggetto è in allontanamento. La quantità $\lambda - \lambda_0 = \Delta\lambda$ è lo "spostamento" della riga (o shift) per effetto Doppler. Nel caso di Altair:

$$\Delta\lambda = \frac{v \cdot \lambda_0}{c} \simeq \frac{-26.0\ \frac{km}{s} \cdot 6562.8\ Å}{299792\ \frac{km}{s}} \simeq -0.569\ Å$$

2. La velocità con cui da Altair si vedrebbe il Sole in avvicinamento sarebbe anch'essa di -26.0 km/s.
3. Non ci sono dati a sufficienza per rispondere all'ultima domanda. Ciò in quanto la velocità radiale osservata sarebbe modificata dalla velocità orbitale del pianeta intorno ad Altair e sarebbe funzione del modulo della velocità, dell'inclinazione dell'orbita del pianeta e dell'istante dell'osservazione.