Campionati Italiani di Astronomia
Corso di preparazione alla Gara Interregionale

Categoria Junior 1 - Soluzioni lezione 3

1. Un osservatore misura per il Polo Nord celeste un'altezza sull'orizzonte pari a 37°. A che latitudine si trova l'osservatore?

   Soluzione
   I poli celesti sono gli unici punti della sfera celeste che restano immobili durante il moto diurno. L'altezza sull'orizzonte $\boldsymbol{h_{polo}}$ del Polo Nord celeste è sempre pari alla latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ del luogo di osservazione, quindi l'osservatore si trova nell'emisfero nord a una latitudine:

   $$\varphi = \mathrm{h_{polo}} = +37°$$

2. Un osservatore posto nell'emisfero nord misura per l'equatore celeste un'altezza massima sull'orizzonte pari a 30°. A che latitudine si trova l'osservatore?

   Soluzione
   L'altezza massima sull'orizzonte $\boldsymbol{h_{max}}$ di un corpo celeste (o di un punto sulla sfera celeste) si ha quando il corpo (o il punto) transita al meridiano in direzione sud. Per un corpo con declinazione $\boldsymbol{\delta}$ e per un osservatore posto a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ si ha:

   $$\mathrm{h_{max}} = 90° - \varphi + \delta$$

   Tutti i punti dell'equatore celeste hanno, per definizione, δ = 0°. Quindi, detta $\boldsymbol{h_{max-EC}}$ l'altezza massima dell'equatore celeste, avremo:

   $$\varphi = 90° + \delta - \mathrm{h_{max-EC}} = 90° + 0° - 30° = 60°$$

3. Calcolare l'altezza massima sull'orizzonte del Sole all'equinozio di primavera per un osservatore posto al Polo Nord e per un osservatore posto all'equatore.

   Soluzione
   In modo analogo a quanto accade per gli altri corpi celesti, l'altezza massima del Sole $\boldsymbol{h_{max\odot}}$ in funzione della sua declinazione $\delta_{\odot}$ per un osservatore posto a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ si ha quando il Sole passa al meridiano in direzione sud e vale:

   $$h_{max\odot} = 90° - \varphi + \delta_{\odot}$$

   All'equinozio di primavera (o di autunno) la declinazione del Sole è pari a zero (si trova cioè sull'equatore celeste) per cui avremo:

   Polo Nord (φ = 90°): $h_{max\odot} = 90° - 90° + 0° = 0°$

   Equatore (φ = 0°): $h_{max\odot} = 90° - 0° + 0° = 90°$

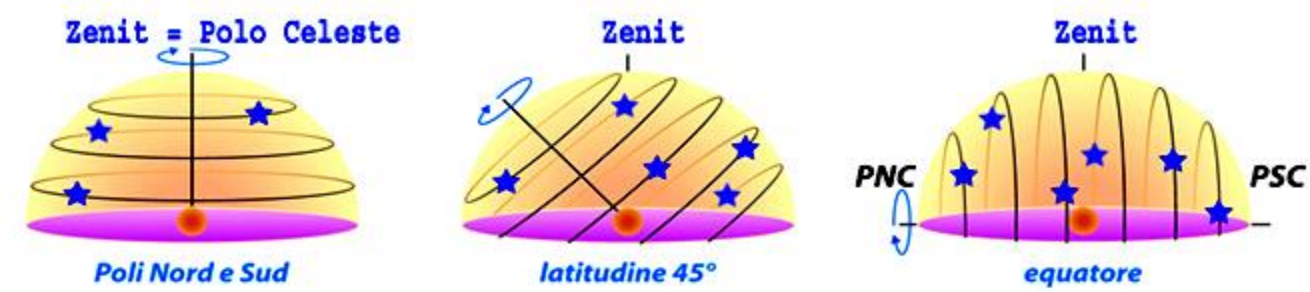
   Nota
   La formula usata si applica quando $\varphi \geq \delta$, relazione valida nei due casi considerati. Se invece $\varphi < \delta$ il Sole, o più in generale un corpo celeste, culmina più a nord dello zenith e l'altezza viene contata a partire dal punto cardinale nord utilizzando la relazione: $\mathrm{h_{max}} = 90° + \varphi - \delta$.

4. In quali condizioni, trascurando gli effetti della rifrazione, l'altezza di una stella sull'orizzonte resta invariata nel corso della rotazione diurna?

Soluzione

L'altezza di una stella resta invariata nel corso della rotazione diurna solo se:

1. l'osservatore si trova in uno dei poli terrestri; in questo caso in realtà l'altezza di tutte le stelle visibili resta invariata.
2. la stella si trova esattamente in uno dei poli celesti (PNC e PSC); in questo caso avremo due possibilità:
   a) un osservatore che non si trovi in uno dei poli terrestri potrà misurare un'altezza costante solo per una stella con declinazione $\delta = 90°$ ($\delta = -90°$se l'osservatore si trova nell'emisfero sud).
   b) un osservatore che si trova esattamente all'equatore potrà misurare un'altezza costante solo per due stelle se queste hanno declinazione $\delta_1 = 90°$ e $\delta_2 = -90°$.



5. Osservato da quali tra le seguenti località il Sole passa allo zenith?

1. Equatore ($\varphi = 0°$);
2. Tropico del Cancro ($\varphi = 23°\ 26'$);
3. Circolo Polare Artico ($\varphi = 66°\ 34'$).

Nella soluzione si trascurino le dimensioni angolari del Sole.

Soluzione

Nel corso di un anno la declinazione del Sole è compresa nell'intervallo $-23°\ 26' \leq \delta_{\odot} \leq 23°\ 26'$. Il Sole passa allo zenith se la sua altezza sull'orizzonte è pari a $90°$. In un dato giorno l'altezza massima del Sole $\mathbf{h_{max\odot}}$ dipende dalla sua declinazione $\boldsymbol{\delta_{\odot}}$ e dalla latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ del luogo di osservazione ed è data dalla relazione:

$$h_{max\odot} = 90° - \varphi + \delta_{\odot}$$

Quindi in una località a latitudine $\boldsymbol{\varphi}$ il Sole passa allo zenith quando

$$\delta_{\odot} = \varphi$$

1. All'Equatore il Sole passa allo zenith quando:

$$\delta_{\odot} = \varphi = 0°$$

2. Al Tropico del Cancro il Sole passa allo zenith quando:

$$\delta_{\odot} = \varphi = 23°\ 26'$$

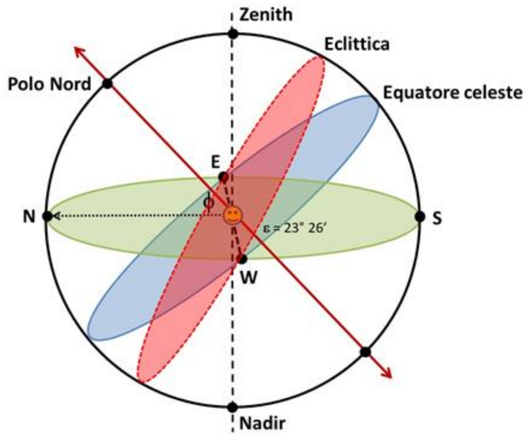
3. Al Circolo Polare Artico il Sole passerebbe allo zenith quando:

$$\delta_{\odot} = \varphi = 66°\ 34'$$

circostanza però che non può mai verificarsi.

6. Quanto valgono, in gradi, le distanze minime e massime dell'equatore celeste e dell'eclittica?

Soluzione



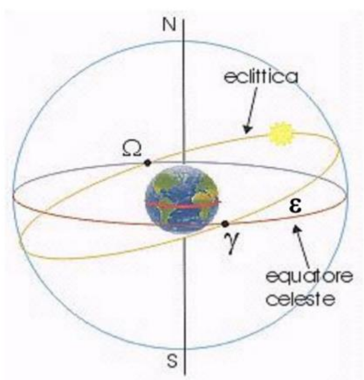
I piani dell'eclittica e dell'equatore celeste formano un angolo $\varepsilon = 23° 26'$ detto obliquità dell'eclittica.

L'equatore celeste e l'eclittica si incontrano in due punti, il punto γ (che ha ascensione retta $\alpha = 0$h) e il punto Ω (che ha ascensione retta $\alpha = 12$h), dove ovviamente la loro distanza angolare è minima ed è pari a zero.

La massima distanza angolare si ha in corrispondenza dell'ascensione retta $\alpha = 6$h e dell'ascensione retta $\alpha = 18$h ed è pari a $\boldsymbol{\varepsilon} = 23° 26'$.

7. Calcolate l'ascensione retta del Sole ai solstizi e agli equinozi.

Soluzione



Nel corso di un anno, a causa del moto di rivoluzione della Terra, vediamo il Sole spostarsi rispetto alle stelle da Ovest verso Est, con la sua l'ascensione retta $\boldsymbol{\alpha}_{\odot}$ che varia tra 0h e 24h (= 0 h).
All'equinozio di primavera, che cade tra il 20 e il 21 marzo, il Sole si trova nel punto $\boldsymbol{\gamma}$ (punto di Ariete), quindi per definizione:

$$\boldsymbol{\alpha}_{\odot\boldsymbol{\gamma}} = 0 \text{ h}$$

All'equinozio di autunno, che cade tra il 22 e 23 settembre, il Sole si trova nel punto Ω (punto della Bilancia), dalla parte opposta dell'eclittica, e quindi:

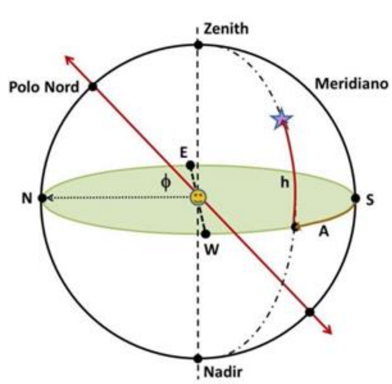
$$\boldsymbol{\alpha}_{\odot\boldsymbol{\Omega}} = 12 \text{ h}$$

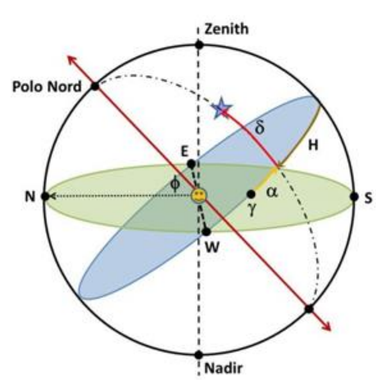
I solstizi sono esattamente intermedi ai due equinozi, con il solstizio d'estate (**SE**) che cade tra il 20 e il 21 giugno e il solstizio d'inverno (**SI**) che cade tra il 21 e il 22 dicembre; avremo quindi:

$$\boldsymbol{\alpha}_{\odot_{\mathrm{SE}}} = 6 \text{ h} \qquad\qquad \boldsymbol{\alpha}_{\odot_{\mathrm{SI}}} = 18 \text{ h}$$

8. Scrivete le coordinate altazimutali e orarie dei punti cardinali Est e Ovest, del Polo Nord celeste e dello Zenith per un osservatore posto a Catania ($\boldsymbol{\varphi} = +37° 31'$).

Soluzione





I quattro punti di cui si chiedono le coordinate sono fissi, non partecipano cioè al moto diurno; quindi le loro coordinate altazimutali (azimut $\boldsymbol{A}$ e altezza $\boldsymbol{h}$) e orarie (angolo orario $\boldsymbol{H}$ e declinazione $\boldsymbol{\delta}$) restano costanti.

Per un osservatore nell'emisfero Boreale, la latitudine del luogo è pari alla distanza angolare tra l'orizzonte e il polo Nord contata dal punto cardinale Nord e alla distanza angolare tra l'equatore celeste e lo zenith. Ricordiamo inoltre che tutti i cerchi verticali passano per lo zenith e tutti i cerchi orari passano per i poli.
L'azimut e l'altezza si contano in gradi, l'azimut dal punto cardinale sud in senso orario, l'altezza dall'orizzonte. L'angolo orario si conta in ore dal meridiano in senso orario, la declinazione in gradi dall'equatore celeste. Avremo quindi:

	A	**h**	**H**	$\boldsymbol{\delta}$
Est	270°	0°	18h	0°
Ovest	90°	0°	6h	0°
Polo Nord	180°	37° 31'	imprecisato	90°
Zenith	imprecisato	90°	0h	37° 31'

9. Quale tra i pianeti Giove, Saturno, Venere e Nettuno non può mai essere osservato in quadratura?

Soluzione
Tra i pianeti indicati, quello che non può mai essere osservato in quadratura è Venere. Infatti la quadratura è la configurazione planetaria in cui l'angolo Sole-Terra-Pianeta è di 90°. Tale circostanza può verificarsi unicamente per i pianeti esterni. Per i pianeti interni può valere 90° solo l'angolo Terra-Sole-Pianeta.

10. Un osservatore posto sul meridiano di Greenwich misura per una stella un angolo orario di 2h. Nello stesso istante un secondo osservatore misura per la stessa stella un angolo orario di 4h 15m. A che longitudine si trova il secondo osservatore?

Soluzione
Osservando nello stesso istante una data stella, una differenza di angolo orario ΔH equivale a una differenza in longitudine $\Delta\lambda$ dei due osservatori pari a:

$$\Delta\lambda = \frac{360° \cdot \Delta H}{24h}$$

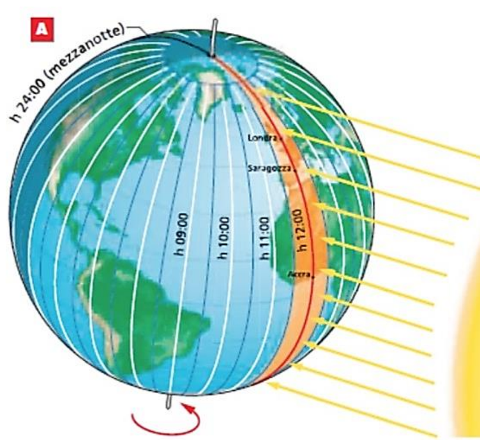
ovvero nel caso in esame:

$$\Delta\lambda = \frac{360° \cdot 2.25h}{24h} = 33°.75 = 33°\,45'$$

Poiché il secondo osservatore misura un angolo orario maggiore, vuol dire che si trova a est del meridiano di Greenwich e quindi la sua longitudine è: $\lambda = \ 33°\,45'$.

11. Due osservatori, i cui orologi funzionano perfettamente, si trovano alla stessa latitudine e a pochi metri di distanza l'uno dall'altro. Osservano contemporaneamente il passaggio del Sole al meridiano in direzione sud. Eppure l'orologio del primo segna le 11:30, mentre l'orologio del secondo segna le 12:30. Dove si trovano i due osservatori?

Soluzione



La superficie della Terra è divisa in 24 fusi orari, la cui larghezza media è di 15°. Il tempo in un fuso è un'ora avanti rispetto al fuso immediatamente a ovest e un'ora indietro rispetto al fuso immediatamente a est (solo in pochissimi stati vengono utilizzati fusi orari intermedi).
L'ora segnata dai nostri orologi è la cosiddetta ora civile ed è la stessa per tutti i punti all'interno di un dato fuso orario, mentre l'ora del passaggio di un astro al meridiano di un osservatore dipende dalla sua vera longitudine.
Se i due osservatori vedono il passaggio del Sole al meridiano sud contemporaneamente vuol dire che si trovano all'incirca alla stessa longitudine.

Si deduce che i due osservatori si trovano in prossimità di un meridiano della Terra che segna il confine tra due fusi orari adiacenti. Il primo si trova 7.5° a est del meridiano centrale del suo fuso orario, mentre il secondo si trova 7.5° a ovest del meridiano centrale del suo fuso orario. Quindi i due osservatori vedranno in simultanea il passaggio del Sole al meridiano anche se i loro orologi segnano un'ora di differenza. Non è però possibile precisare con esattezza in quali fusi orari adiacenti si trovano i due osservatori.

12. Due osservatori si trovano alla stessa latitudine sul fuso orario di Roma (= UT + 1). Il primo osserva il Sole passare al meridiano alle 12:05, mentre il secondo osserva il passaggio del Sole al meridiano alle 12:15. Trascurando la variazione in ascensione retta del Sole, quanto distano in longitudine i due osservatori? Chi dei due si trova più a ovest?

Soluzione

La differenza ΔT tra l'ora del passaggio del Sole al meridiano per due osservatori nello stesso fuso orario è legata alla differenza $\Delta\lambda$ della loro longitudine dalla relazione:

$$\Delta T : 24h = \Delta\lambda : 360°$$

da cui ricaviamo:

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta T \cdot 360°}{24\ h} = \frac{10\ \text{minuti} \cdot 360°}{1440\ \text{minuti}} = 2.5°$$

Il secondo osservatore si trova a ovest del primo, perché vede passare il Sole al meridiano più tardi.

13. Un osservatore posto sul meridiano centrale del fuso orario di Roma (= UT+1) osserva il Sole passare al meridiano quando il suo orologio segna le 13:00. Nello stesso istante un secondo osservatore posto alla stessa longitudine, ma a molti km di distanza dal primo, nota che il suo orologio segna le 12:00. Dove si trova il secondo osservatore?

Soluzione

Poiché i due osservatori si trovano alla stessa longitudine, il passaggio del Sole al meridiano avviene nello stesso istante. Se l'osservatore sul meridiano centrale di Roma osserva il passaggio del Sole al meridiano alle 13:00, vuol dire che è in vigore l'ora legale. Quindi il secondo osservatore si trova in un paese dove in quel momento non è in vigore l'ora legale.

14. Sapendo che un pianeta esploderà tra 24 ore, lo abbandonate immediatamente viaggiando per 24 ore fino a fermarvi alla distanza di sicurezza di 37.9 UA.

1. A che velocità media, espressa in km/s e in frazione della velocità della luce, avete viaggiato?
2. Dopo quanto tempo dal momento in cui vi siete fermati verrete raggiunti dalla luce emessa dall'esplosione?
3. Sapendo che entro una sfera di raggio pari a 45.0 UA intorno al pianeta sono distribuiti in modo uniforme $900 \cdot 10^3$ asteroidi, quanti asteroidi vengono raggiunti dalla luce dell'esplosione dentro una sfera di raggio pari alla distanza a cui vi trovate? Supponete che la luce dell'esplosione si propaghi in maniera uniforme in tutte le direzioni.

Soluzione

1. Se lo spazio di 37.9 UA è stato percorso in 24 ore, la velocità media $\mathbf{v_m}$ è stata:

$$v_m = \frac{37.9\ UA}{24\ h} \simeq \frac{5.67 \cdot 10^9\ km}{86400\ s} \simeq 6.56 \cdot 10^4\ \frac{km}{s} \simeq 0.219\ c$$

2. Se vi trovate a una distanza di 37.9 UA dal pianeta, la luce prodotta dall'esplosione vi raggiungerà dopo un tempo:

$$t = \frac{37.9\ UA}{c} \simeq 1.89 \cdot 10^4\ s \simeq 5h\ 15m$$

3. Dato che gli asteroidi sono distribuiti in modo uniforme, vale la proporzione:

$$\mathrm{N} : \mathrm{V}_{45} = \mathrm{n} : \mathrm{V}_{37.9}$$

dove N è il numero totale di asteroidi contenuti nel volume $\mathbf{V_{45}}$ della sfera di raggio 45.0 UA, mentre n è il numero di asteroidi contenuti nel volume $\mathbf{V_{37.9}}$ della sfera di raggio pari alla vostra distanza, ovvero gli asteroidi richiesti dal problema. Risolvendo troviamo quindi:

$$\mathrm{n} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{V}_{37.9}}{\mathrm{V}_{45}} \simeq \frac{900 \cdot 10^3 \text{ asteroidi} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (37.9\, UA)^3}{\frac{4}{3}\pi \cdot (45.0\, UA)^3} \simeq 538 \cdot 10^3 \text{ asteroidi}$$

15. Supponete di osservare Marte all'opposizione. Quanto tempo fa è partita dal Sole la luce che state osservando in un certo istante provenire da Marte? Considerate le orbite della Terra e di Marte circolari e trascurate l'inclinazione dell'orbita di Marte sull'eclittica.

Soluzione

Indichiamo con $\mathbf{D_M}$ la distanza media Sole-Marte, con $\mathbf{D_T}$ la distanza media Sole-Terra (= 1 UA) e con $\mathbf{D_{T-M}}$ la distanza Terra-Marte quando Marte è in opposizione. La luce che ci arriva da Marte in opposizione è stata emessa dal Sole e poi riflessa da Marte, e ha quindi viaggiato per uno spazio **D** dato da:

$$\mathrm{D} = \mathrm{D_M} + \mathrm{D_{T-M}} = \mathrm{D_M} + \mathrm{D_M} - \mathrm{D_T} \simeq 2 \cdot 227.9 \cdot 10^6 \text{ km} - 149.6 \cdot 10^6 \text{ km} \simeq 306.2 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Questo spazio viene percorso dalla luce in un tempo **T** pari a:

$$T = \frac{D}{c} \simeq \frac{306.2 \cdot 10^6 \text{ km}}{299792\ \frac{km}{s}} \simeq 1021\, s \simeq 17m\ 1s$$

Nota.

Nella situazione descritta nel problema da Marte osserveremmo un transito della Terra sul disco solare. Solo una piccola parte della luce solare verrebbe intercettata dalla Terra, con un effetto praticamente trascurabile sulla quantità di luce solare ricevuta e poi riflessa da Marte. Inoltre, visto il tempo totale impiegato dalla luce a percorrere il tragitto Sole-Marte-Terra, sono del tutto irrilevanti gli effetti dovuti alle variazioni di distanza tra i tre corpi in detto tempo.