

# Magnitudini e Diagramma H-R

**Giuseppe Cutispoto**

INAF - Osservatorio Astrofisico di Catania

giuseppe.cutispoto@inaf.it

Versione: 20 gennaio 2023



In questa dispensa, distribuita gratuitamente, sono utilizzate informazioni e disegni prelevati da vari siti presenti sulla rete. Si ringraziano gli autori per aver messo a disposizione i materiali.

# Magnitudine apparente

La magnitudine apparente  $m$  di una stella (in generale di un corpo celeste) è un indice di quanto ci appare luminosa nel cielo; detto  $F$  il flusso misurato (quantità di energia che arriva a Terra per unità di tempo e di superficie) si ha per definizione:

$$m = - 2.5 \log F + C$$

Di norma il flusso è misurato solo in un intervallo dello spettro elettromagnetico, per cui si riporta un'indicazione della lunghezza d'onda a cui è stata fatta la misura. Ad esempio con  $m_V$  si indica una misura nella banda  $V$  (centrata a  $\lambda = 5510 \text{ \AA}$ ). La magnitudine apparente è nota per gran parte degli oggetti visibili nel cielo.

La costante " $C$ " è scelta in modo che la magnitudine apparente di Vega (=  $\alpha$  Lyr) sia pari a zero. **La scala delle magnitudini è "inversa"**: a numero minore corrisponde una luminosità maggiore. A occhio nudo si possono osservare stelle fino a  $m \approx 6$ , con i telescopi (a oggi) più grandi fino a  $m \approx 30$ .

Detta  $L$  la **luminosità** di una stella (energia elettromagnetica totale emessa nell'unità di tempo) e  $d$  la sua distanza, il flusso misurato a Terra ( $F$ ) è legato alla luminosità dalla relazione:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Il flusso diminuisce col quadrato della distanza, quindi la magnitudine apparente non fornisce indicazioni sulla reale luminosità di una stella: stelle di pari luminosità poste a distanza diversa hanno magnitudini apparenti diverse.

Poiché le stelle si comportano, con buona approssimazione, come dei **corpi neri** (un corpo ideale che assorbe tutta la radiazione incidente su di esso) la loro luminosità è data da:

$$L = 4 \pi R^2 \sigma T^4$$

dove  $R$  è il raggio della stella,  $T$  la temperatura della fotosfera in gradi assoluti e  $\sigma$  la costante di Stefan-Boltzmann. La luminosità si misura in Joule al secondo o in Watt ( $\frac{J}{s} = W = \frac{kg \ m^2}{s^3}$ ), il flusso in  $\frac{W}{m^2}$

# Assorbimento dell'atmosfera

Molte delle lunghezze d'onda della radiazione proveniente dalle stelle (quali i raggi  $\gamma$ , i raggi X e gran parte dell'infrarosso) non arrivano sulla superficie della Terra, in quanto completamente assorbite dall'atmosfera. Le radiazioni che arrivano al suolo subiscono un assorbimento, che dipende dalla lunghezza d'onda, dall'altezza della stella sull'orizzonte (cioè da quanta atmosfera la radiazione ha attraversato prima di raggiungere il rivelatore) e da caratteristiche del luogo di osservazione come l'altitudine o la temperatura dell'aria.

Per rendere confrontabili le misure di magnitudini ottenute da osservatori diversi (o dallo stesso osservatore in momenti diversi) è necessario rimuovere l'assorbimento dell'atmosfera. Ciò viene fatto calcolando i valori delle magnitudini che si avrebbero sopra l'atmosfera con il cosiddetto "metodo di Bouguer". Le magnitudini che si trovano nei cataloghi sono quindi quelle che le stelle avrebbero se osservate fuori dall'atmosfera terrestre.

$h$	$z$	$X$	$m - m_0$
90°	0°	1.00	0.21
75°	15°	1.04	0.22
60°	30°	1.15	0.24
45°	45°	1.41	0.30
30°	60°	2.00	0.42
15°	75°	3.9	0.82
10°	80°	5.8	1.2
7°	83°	7.5	1.6
5°	85°	10	2
2°	88°	19	4
0°	90°	40	8

Detta  $m_0$  la magnitudine di una stella fuori dall'atmosfera, per calcolare la sua magnitudine  $m$  a un'altezza  $h$  sull'orizzonte (ovvero a una distanza zenitale  $z = 90 - h$ ) si usa la relazione:

$$m = m_0 + k X$$

dove  $k$  è il coefficiente di assorbimento (detto anche di estinzione) alla lunghezza d'onda a cui viene fatta la misura e  $X$  è la massa d'aria che la radiazione deve attraversare prima di raggiungere l'osservatore

Il coefficiente  $k$  dipende dal luogo di osservazione e può variare nel tempo. In un buon sito osservativo per osservazioni nella banda V si ha in media  $k = 0.21$  magnitudini/massa d'aria

Il valore della massa d'aria può essere calcolato con la relazione:

$$X = \frac{1}{\cos(90 - h)} = \frac{1}{\cos z}$$

che risulta adeguata fino ad altezze di circa 20° ( $z = 70^\circ$ ). Per altezze minori vengono usate formule più accurate (vedere tabella a sinistra)

# Differenza di magnitudini

Date due stelle di magnitudine  $m_1$  e  $m_2$  vale la relazione:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log F_1 + 2.5 \log F_2 = -2.5 \log \left( \frac{F_1}{F_2} \right) = -2.5 \log \left( \frac{R_1^2 T_1^4}{d_1^2} \right) \left( \frac{d_2^2}{R_2^2 T_2^4} \right)$$

# Somma di magnitudini

Le magnitudini di due o più stelle **NON** si possono sommare direttamente, inoltre **NON** è possibile utilizzare delle proporzioni. E' invece possibile sommare i flussi.

Date due stelle di magnitudine  $m_1$  e  $m_2$  la loro magnitudine totale vale:

$$m_T = m_2 - 2.5 \log (10^{0.4(m_2 - m_1)} + 1)$$

In generale dato un qualsiasi numero di stelle poiché si possono sommare i flussi vale la relazione:

$$m_T = -2.5 \log (10^{-0.4 m_1} + 10^{-0.4 m_2} + 10^{-0.4 m_3} + \dots)$$

# Magnitudine assoluta

La magnitudine assoluta  $M$  di una stella (o più in generale di un corpo celeste) è definita come la magnitudine apparente che la stella avrebbe se si trovasse a una distanza di 10 parsec dall'osservatore.  $M$  è una vera stima della luminosità; infatti una stella più luminosa di un'altra ha un valore di  $M$  più piccolo.

Esprimendo la distanza in **parsec** esiste una semplice relazione che lega  $m$  con  $M$ :

$$M = m + 5 - 5 \log d$$

È facile dimostrare che:  $M_1 - M_2 = -2.5 \log \left( \frac{R_1^2 T_1^4}{R_2^2 T_2^4} \right)$

# Indice di colore

Si definisce **indice di colore** di una stella la differenza tra le magnitudini della stella misurate in due diverse regioni (bande) dello spettro elettromagnetico. L'indice di colore più usato è il **B-V** del sistema fotometrico di Johnson, che indica la differenza di magnitudine di una stella misurata nelle bande B (centrata a  $\lambda = 4450 \text{ \AA}$ ) e V. L'indice **B-V** può essere usato per ottenere una stima della temperatura della fotosfera della stella.

$$T (K) \approx \frac{7360}{(B - V) + 0.64}$$

## Magnitudini di sorgenti estese

Le relazioni sin qui fornite si riferiscono a oggetti puntiformi, come, data la loro grande distanza, possono essere considerate tutte le stelle. La luminosità totale di una sorgente astronomica estesa, come ad esempio un pianeta, una galassia, un ammasso stellare o una cometa, sono espresse dalla loro **magnitudine integrata**, che si ricava a partire dalla magnitudine superficiale ( $m_{\text{sup}}$ ), che indica la magnitudine di una porzione standard (di norma pari a  $1 \text{ arcsec}^2$ ) della sorgente estesa. Se un oggetto esteso ha  $m_{\text{sup}}$  uniforme, detta **A** la sua area (espressa nelle medesime unità dell'area a cui si riferisce la  $m_{\text{sup}}$ ) avremo:

$$m_{\text{integrata}} = m_{\text{sup}} - 2.5 \log A$$

Se un oggetto esteso e uno puntiforme hanno la stessa magnitudine, vuol dire che riceviamo da essi la stessa quantità totale di luce; tuttavia l'oggetto esteso sarà molto più difficile da osservare di quello puntiforme, poiché la sua luce è dispersa su un'area.

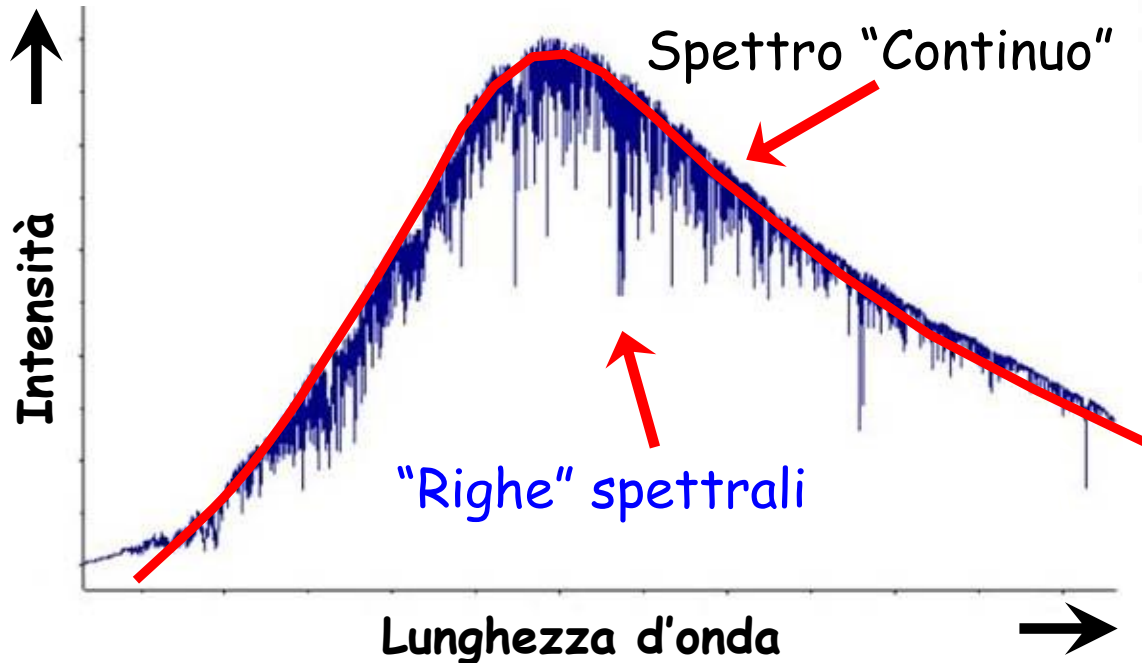
La magnitudine superficiale ci fornisce un'indicazione di quanto la sorgente estesa è facilmente osservabile in contrasto con la luminosità intrinseca del cielo.

La luminosità del cielo notturno allo Zenith nella banda V è  $V_{\text{cielo}} \sim 21.9 \frac{\text{mag}}{\text{arcsec}^2}$

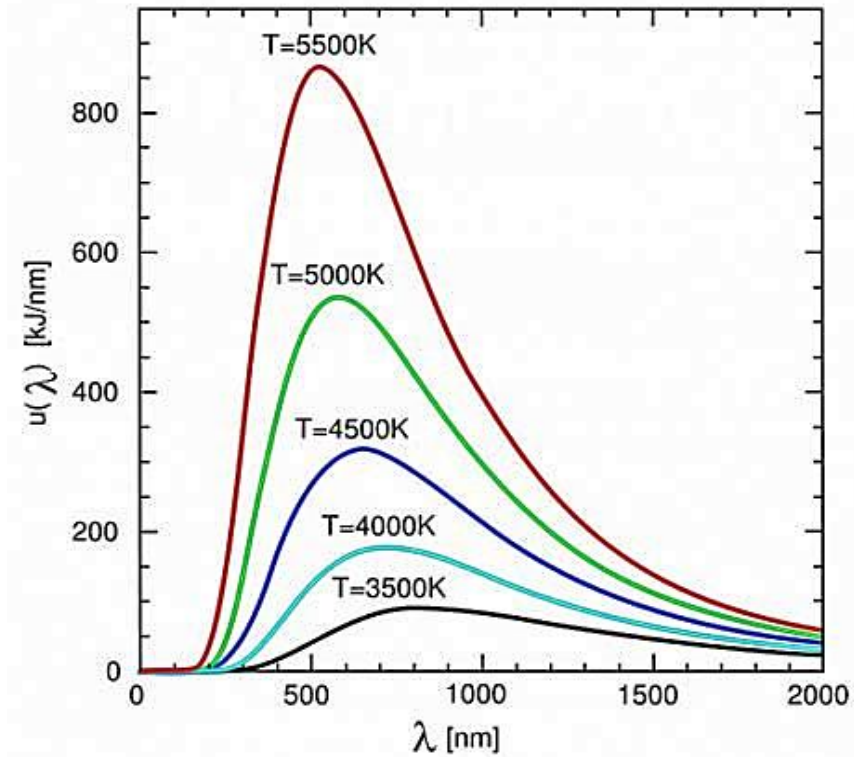
# Spettri stellari

Con il termine **spettro** di una stella si indica la distribuzione in lunghezza d'onda (o in frequenza) dell'energia emessa

In uno spettro stellare possiamo identificare una componente **continua**, che permette di ricavare la temperatura della fotosfera e delle **righe in assorbimento** (più raramente in **emissione**), che permettono di ricavare composizione chimica e gravità della fotosfera



Il "Tipo Spettrale" è una classificazione in base alla temperatura della fotosfera. In ordine di temperatura decrescente i tipi spettrali sono: O, B, A, F, G, K, M. La forma (profilo) delle righe è sensibile alla gravità, ovvero al raggio della stella



La temperatura effettiva della fotosfera di una stella viene ricavata dal confronto del suo spettro continuo con le curve di emissione di corpi neri a varie temperature (**nota**: le curve dei corpi neri a diversa temperatura non si intersecano mai)

Esiste una relazione (legge dello spostamento di Wien) tra la lunghezza d'onda ( $\lambda_{max}$ ) del massimo di emissione di un corpo nero e la sua temperatura ( $T$ ):

$$T \cdot \lambda_{max} \approx 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$$

# Il diagramma HR

È uno dei diagrammi più importanti e più usati dell'Astrofisica.

Si ottiene a partire dalle stelle di cui si conosce la temperatura dal tipo spettrale (o dall'indice di colore o dalla legge di Wien) e la distanza.

Le stelle occupano solo determinate regioni del diagramma e possono essere distinte in **classi di luminosità** (stelle con la stessa temperatura della fotosfera, ma raggio diverso)

V (Sequenza Principale) = Nane

IV = Subgiganti

III = Giganti

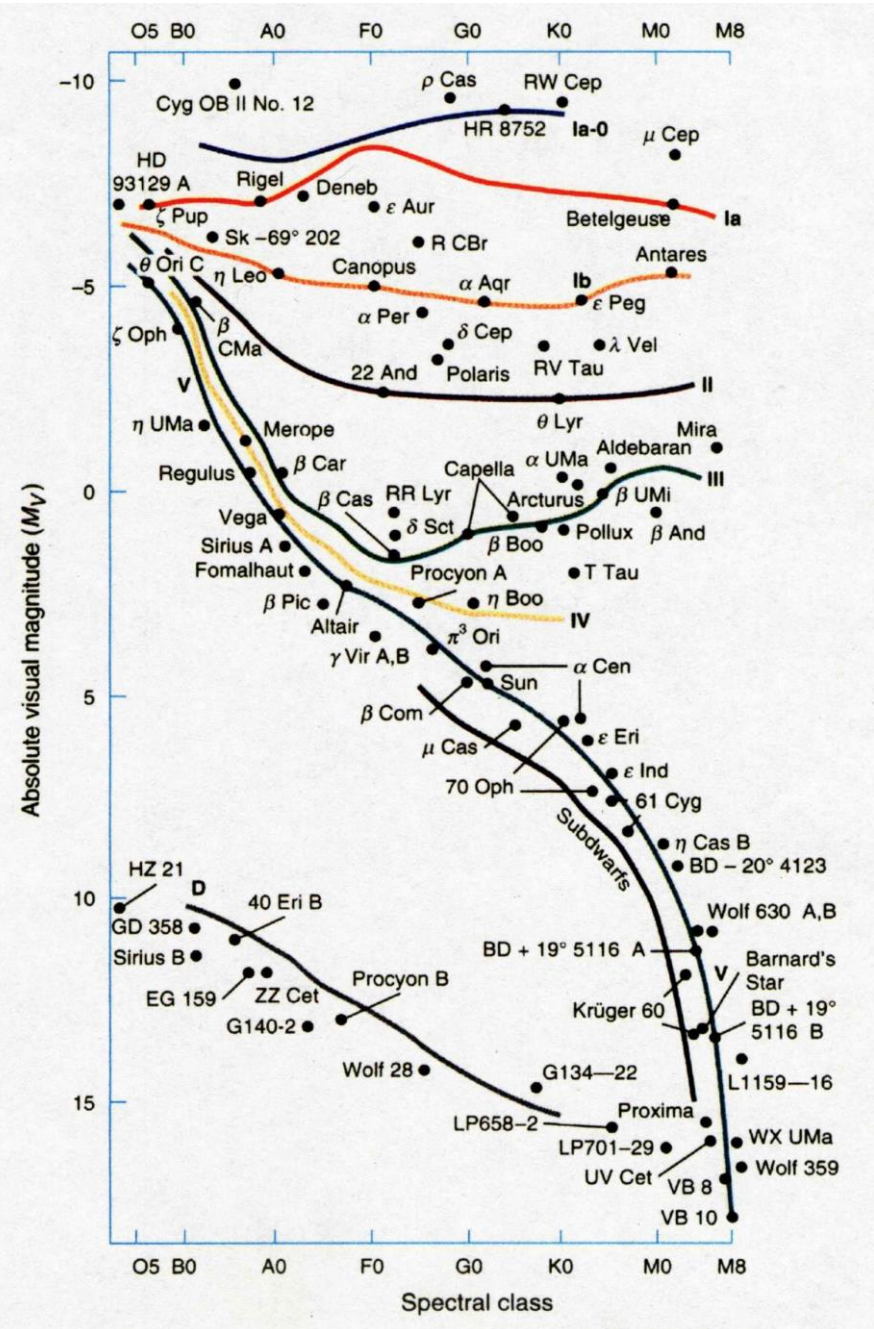
II, I = Supergiganti

Ogni tipo spettrale è suddiviso in 10 sottotipi da 0 a 9. Il Sole è una stella G2 di Sequenza principale, il suo tipo spettrale è quindi G2 V.

Una volta costruito il diagramma H-R, se di una stella di distanza non nota riusciamo a ricavare la magnitudine assoluta (per esempio dal tipo spettrale e dalla classe di luminosità), ne possiamo calcolare la distanza (metodo delle parallassi fotometriche):

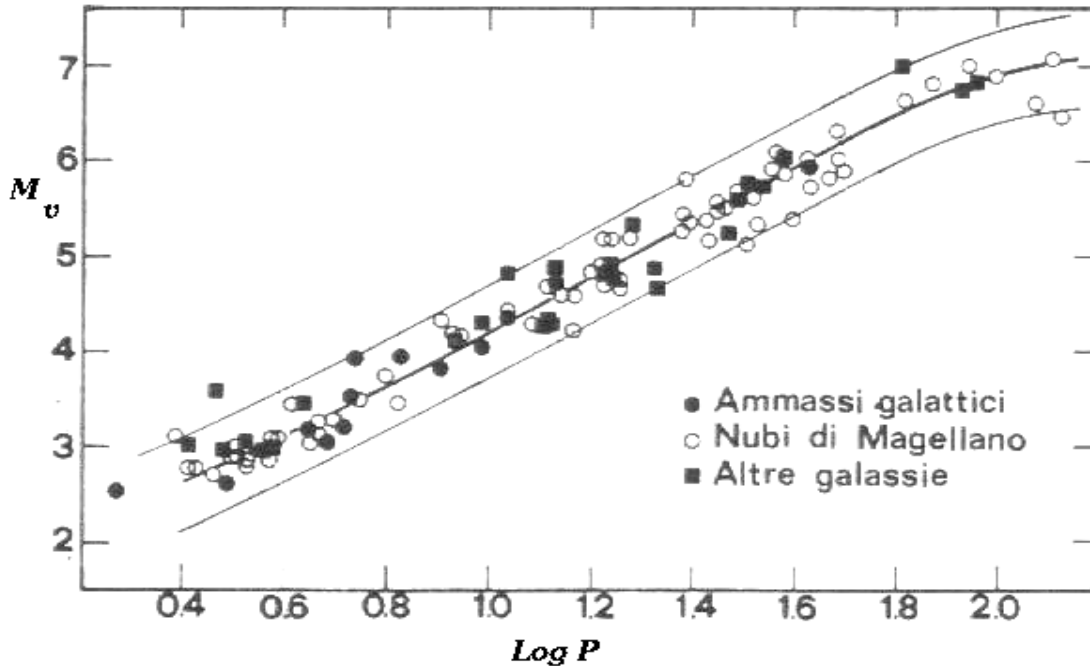
$$5 \log d = m - M + 5$$

$$d = 10^{\left(\frac{m - M + 5}{5}\right)}$$



# Relazione Periodo-Luminosità

Relazione periodo-luminosità assoluta delle variabili cefeidi  
 $M_v = -2.85 \log P - 1.37$



Le "Cefeidi" sono una particolare categoria di stelle pulsanti molto luminose la cui magnitudine assoluta media è legata al periodo di variabilità. Il loro studio è stato di enorme importanza perché ha permesso di stimare per la prima volta in modo preciso le distanze delle galassie

Per una cefeide di periodo  $P$  (espresso in giorni) vale la relazione:

$$M_v = -2.85 \log P - 1.37$$

Noto il periodo, dalla magnitudine apparente media ( $m_v$ ) possiamo ricavare la distanza della cefeide e quindi della galassia che la ospita:

$$d(\text{pc}) = 10^{\left(\frac{m_v - M_v + 5}{5}\right)}$$

## Legge di Hubble

Viene utilizzata per misurare la distanza degli oggetti più lontani e si basa sulla relazione tra la velocità  $v$  con cui un oggetto si allontana (misurabile con osservazioni spettroscopiche) e la sua distanza  $D$ :

$$v = H_0 D$$

La costante  $H_0$  è detta costante di Hubble e il suo valore, facilmente determinabile; è attualmente stimato essere di circa  $67.4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$