Campionati Italiani di Astronomia
Corso di preparazione alla Gara Interregionale

Categoria Junior 2 - Lezione 1

1. Svolgete i seguenti calcoli esprimendo i risultati con il corretto numero di cifre significative:

$10^3 \cdot 10^5 =$ $\quad (10^3)^3 =$ $\quad 10^8 + 10^2 =$ $\quad 25.764 + 113.22 =$

$2.347 + 3.15 =$ $\quad 3.2576 \cdot 10^3 + 1.1322 \cdot 10^2 =$ $\quad 3.567 \cdot 10^3 \cdot 2.56 \cdot 10^4 =$

$\frac{10^{20}}{10^{-11} \cdot 10^{24}} =$ $\quad \frac{25.764}{113.22} =$ $\quad \frac{25.764}{13.22} =$ $\quad \frac{3.274 \cdot 10^5}{2.22 \cdot 10^2} =$

Soluzione

$10^3 \cdot 10^5 = 10^8$ $\quad (10^3)^3 = 10^9$ $\quad 10^8 + 10^2 \simeq 10^8$ (poiché 10^2 è trascurabile rispetto a 10^8)

$25.764 + 113.22 \simeq 138.98 = 1.3898 \cdot 10^2$ $\quad 2.347 + 3.15 \simeq 5.50$

$3.2576 \cdot 10^3 + 1.1322 \cdot 10^2 \simeq 3.3708 \cdot 10^3$ $\quad 3.567 \cdot 10^3 \cdot 2.56 \cdot 10^4 \simeq 9.13 \cdot 10^7$

$\frac{10^{20}}{10^{-11} \cdot 10^{24}} = 10^{20-(-11+24)} = 10^7$ $\quad \frac{25.764}{113.22} \simeq 0.22756 = 2.2756 \cdot 10^{-1}$

$\frac{25.764}{13.22} \simeq 1.949$ $\quad \frac{3.274 \cdot 10^5}{2.22 \cdot 10^2} \simeq 1.47 \cdot 10^3$

Nota.
In una somma, o sottrazione, il numero di cifre dopo la virgola da riportare nel risultato, con gli opportuni arrotondamenti, è quello del valore che ne ha un numero minore.
In un prodotto, o divisione, bisogna considerare le "cifre significative". Dalla teoria degli errori sappiamo che possiamo, con buona approssimazione, esprimere il risultato finale di un prodotto (o di un rapporto) con un numero di cifre significative uguale al numero di cifre significative della quantità misurata con precisione minore. Se una misura ha valore 2.576 significa che non si è in grado di apprezzare quantità inferiori al millesimo, l'errore sul dato (a meno di diversa indicazione) è di ± 0.001 e le cifre significative sono 4. Per il valore 113.22 le cifre significative sono 5; per i valori 0.7340 e 0.7304 le cifre significative sono 4, per il valore 0.734 le cifre significative sono 3, per il valore 0.0042 le cifre significative sono 2. Quindi gli zeri a sinistra della prima cifra diversa da zero non sono significativi, mentre lo sono quelli "interni" a un valore o a destra dell'ultima cifra diversa da zero.

2. Calcolate la velocità orbitale media della Terra intorno al Sole in km/s. Assumete l'orbita circolare con raggio pari al semiasse maggiore.

Soluzione
Detti $\boldsymbol{a_T}$ e $\boldsymbol{O_T}$ il semiasse maggiore e la lunghezza dell'orbita della Terra e $\boldsymbol{T_T}$ il periodo di rivoluzione della Terra attorno al Sole, la velocità orbitale media della Terra $\boldsymbol{v_T}$ vale:

$$v_T = \frac{O_T}{T_T} = \frac{2\,\pi\, a_T}{T_T} \simeq \frac{2\,\pi \cdot 149.6 \cdot 10^6\ km}{365.26\ g} \simeq \frac{940.0 \cdot 10^6\ km}{3.1558 \cdot 10^7\ s} \simeq 29.79\ \frac{km}{s}$$

3. Considerate un'ellisse con semiasse maggiore pari a 7.02 UA e semiasse minore pari a 5.52 UA. Calcolate l'eccentricità dell'ellisse e la distanza tra i due fuochi.

Soluzione
Detti $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ ed $\boldsymbol{e}$ semiasse maggiore e minore ed eccentricità dell'ellisse e $\boldsymbol{c}$ la distanza di uno dei fuochi dal centro dell'ellisse, si ha:

$$e = \sqrt{1-\left(\frac{b^2}{a^2}\right)} \simeq \sqrt{1 - \left(\frac{30.5\ UA^2}{49.3\ UA^2}\right)} \simeq \sqrt{1 - 0.619} \simeq 0.617$$

Detta ***D*** la distanza tra i due fuochi si ha infine:

$$D = 2\,c = 2 \cdot \sqrt{a^2 - b^2} = 2\sqrt{49.3\ UA^2 - 30.5\ UA^2} \simeq 8.67\ UA$$

4. Sulla Terra, quanto dovrebbe durare un giorno siderale (in hh:mm:ss) affinché un corpo posto all'equatore risulti privo di peso?

Soluzione

Affinché in un sistema di riferimento solidale con la Terra un corpo risulti privo di peso, la somma dell'accelerazione di gravità $\mathbf{a_g}$ e di quella centrifuga $\mathbf{a_c}$ deve essere pari a zero. All'equatore le due accelerazioni hanno stessa direzione, ma verso opposto.

Si avrà equilibrio quando: $\mathbf{a_c} = -\mathbf{a_g}$.

Quindi, dette $\mathbf{v}$ la velocità tangenziale, $\mathbf{M_T}$ e $\mathbf{R_T}$ massa e raggio della Terra, $\mathbf{m}$ la massa del corpo e considerando il modulo dei vettori deve essere:

$$\frac{m\,v^2}{R_T} = \frac{G \cdot M_T \cdot m}{R^2{}_T}$$

E poiché, detto $\mathbf{T}$ il periodo di rotazione, si ha: $v = \frac{2\,\pi\,R_T}{T}$, avremo:

$$\frac{4\pi^2 R^2{}_T}{T^2 R_T} = \frac{G \cdot M_T}{R^2{}_T}$$

possiamo ricavare la durata che dovrebbe avere il giorno:

$$T = \sqrt{\frac{4\ \pi^2 \cdot R^3{}_T}{G \cdot M_T}} \simeq \sqrt{\frac{39.48 \cdot 2.594 \cdot 10^{20}\ m^3}{6.674 \cdot 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg\ s^2} \cdot 5.972 \cdot 10^{24}\ kg}} \simeq 5069\ s \simeq 1h\ 24m\ 29s$$

5. La forza di gravità che si esercita tra due corpi di forma sferica vale $F = 10^4$ N. Il primo corpo ha raggio R_1 = 30.20 km e densità ϱ_1 = 1.420 g/cm^3 , il secondo corpo ha raggio R_2 = 15.10 km e densità ϱ_2 = 3.440 g/cm^3 . A che distanza si trovano i centri dei due corpi?

Soluzione

Esprimiamo le densità dei due corpi in kg/m^3 . Il fattore di conversione è: $\frac{g}{cm^3} = \frac{10^{-3}}{10^{-6}}\frac{kg}{m^3} = 10^3\frac{kg}{m^3}$

Le densità dei due corpi valgono quindi:

$\varrho_1 = 1.420\ g/cm^3 = 1.420 \cdot 10^3\ kg/m^3$ $\qquad$ $\varrho_2 = 3.440\ g/cm^3 = 3.440 \cdot 10^3\ kg/m^3$

Essendo $M = \varrho\ V$ e poiché i due corpi sferici hanno raggi R_1 = 30.20 km = 30.20 · 10^3 m e R_2 = 15.10 km = 15.10 · 10^3 m, per le masse $\mathbf{M_1}$ e $\mathbf{M_2}$ otteniamo:

$$M_1 = \rho_1 \frac{4}{3}\pi R_1{}^3 \simeq 1.420 \cdot 10^3\ \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 2.754 \cdot 10^{13}\ m^3 \simeq 1.638 \cdot 10^{17}\ kg$$

$$M_2 = \rho_2 \frac{4}{3}\pi R_2{}^3 \simeq 3.440 \cdot 10^3\ \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 3.443 \cdot 10^{12}\ m^3 \simeq 4.961 \cdot 10^{16}\ kg$$

Ricaviamo infine la distanza **d** tra i centri dei due corpi dalla legge di Gravitazione Universale:

$$d = \sqrt{\frac{G\ M_1\ M_2}{F}} \simeq \sqrt{\frac{6.674\ \cdot\ 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg\ s^2}\ \cdot\ 1.638\ \cdot\ 10^{17}\ kg\ \cdot\ 4.961\ \cdot\ 10^{16}\ kg}{10^4\ \frac{kg\ m}{s^2}}}$$

$$\simeq\ 7.364\ \cdot\ 10^9\ m\ =\ 7.364\ \cdot\ 10^6\ km$$

6. Un asteroide ha un raggio di 200 km e la sua densità media è pari a quella di Mercurio. Calcolate il valore dell'accelerazione di gravità alla superficie dell'asteroide in m/s^2.

Soluzione

La massa (M) è data dalla densità media (ϱ) per il volume. Se un corpo è sferico: $M\ =\ \rho\, V\ =\ \rho \frac{4}{3} \pi\, R^3$

Consideriamo il rapporto tra la massa dell'asteroide (M_a) e quella di Mercurio (M_M). Poiché le densità dei due corpi sono uguali avremo:

$$\frac{M_a}{V_a} = \frac{M_M}{V_M}$$

da cui si ottiene:

$$M_a\ =\ M_M \left(\frac{R_a}{R_M}\right)^3\ =\ 3.30\ \cdot\ 10^{23}\ \cdot\ 5.51\ \cdot\ 10^{-4}\ =\ 1.82\ \cdot\ 10^{20}\ kg$$

e infine

$$g_a\ =\ \frac{G\ \cdot M_a}{R^2} = \frac{6.67\ \cdot\ \ 10^{-11}\ \cdot 1.82\ \cdot\ 10^{20}}{4.00\ \cdot\ 10^{10}} = 0.303\ \frac{m}{s^2}$$

7. La Stazione Spaziale Internazionale (ISS) orbita intorno alla Terra a un'altezza media di h = 412 km. Calcolate il valore dell'accelerazione di gravità della Terra a quell'altezza. Perché vediamo gli astronauti a bordo della IIS "fluttuare" come se l'accelerazione di gravità fosse pari a zero?

Soluzione

Il valore dell'accelerazione di gravità all'altezza h = 412 km è dato dalla relazione:

$$g_{412}\ =\ \frac{G\ \cdot M}{(R+h)^2} = \frac{6.674\ \cdot\ 10^{-11}\ \cdot\ 5.97\ \cdot\ 10^{24}}{(6378\ \cdot\ 10^3\ +\ 412 \cdot\ 10^3)^2} = 8.64\ \frac{m}{s^2}$$

L'apparente assenza di gravità deriva dal fatto che la ISS è in orbita intorno alla Terra e quindi la forza di gravità della Terra è bilanciata dalla forza centrifuga.

8. Un asteroide dista dal Sole 2.978 UA al perielio e 9.022 UA all'afelio.

1. Determinate il semiasse maggiore, in UA e in km, e l'eccentricità dell'orbita;
2. calcolate il periodo di rivoluzione dell'asteroide;
3. stimate di quanto cambierebbe il periodo di rivoluzione se l'eccentricità dell'orbita si dimezzasse.

Soluzione

1. Dette $\boldsymbol{D_a}$ e $\boldsymbol{D_p}$ le distanze all'afelio e al perielio, il semiasse maggiore $\boldsymbol{a}$ dell'orbita è dato da:

$$a\ =\ \frac{\mathrm{D_p}\ +\ \mathrm{D_a}}{2} = \frac{2.978\ \mathrm{UA}\ +\ 9.022\ \mathrm{UA}}{2} = 6.000\ \mathrm{UA}\ \simeq 897.6\ \cdot\ 10^6\ \mathrm{km}$$

Nota $\boldsymbol{D_a}$ l'eccentricità $\boldsymbol{e}$, ricordando che $D_a = \mathrm{a}\ (1 + \mathrm{e})$, vale:

$$e\ =\ \frac{D_a}{a} - 1 = \frac{9.022\ UA}{6.000\ UA}\ - 1 \simeq 0.5037$$

2. Il periodo di rivoluzione $\boldsymbol{T}$ in anni si ottiene dalla III legge di Keplero:

$$\mathrm{T} =\ \sqrt{a^3}\ \simeq\ \sqrt{6.000^3} \simeq 14.70\ anni$$

3. Poiché nella formula del calcolo del periodo l'eccentricità non compare, segue che il periodo di rivoluzione non dipende dall'eccentricità dell'orbita, ma solo dal semiasse maggiore.

9. Per gli otto pianeti del sistema solare calcolate il valore medio della forza di attrazione gravitazionale Sole-pianeta. Ordinate i pianeti per valori crescenti dell'attrazione gravitazionale.

Soluzione

Detti $\mathbf{M}_{\odot}$ e $\mathbf{M_P}$ la massa del Sole e di un pianeta e $\mathbf{d_P}$ il corrispondente semiasse maggiore dell'orbita, otteniamo il valore medio della forza **F** Sole-Pianeta (in Newton) dalla legge di gravitazione universale:

$$F = G\ \frac{M_{\odot}\ \cdot\ M_P}{\mathrm{d_P}^{\ 2}}$$

Pianeta	Forza Sole-Pianeta
Mercurio	$1.307\ \cdot\ 10^{22}\ N$
Venere	$5.519\ \cdot\ 10^{22}\ N$
Terra	$3.542\ \cdot\ 10^{22}\ N$
Marte	$1.640\ \cdot\ 10^{21}\ N$
Giove	$4.161\ \cdot\ 10^{23}\ N$
Saturno	$3.706\ \cdot\ 10^{22}\ N$
Urano	$1.398\ \cdot\ 10^{21}\ N$
Nettuno	$6.719\ \cdot\ 10^{20}\ N$

L'ordine dei pianeti per valori crescenti della forza gravitazionale Sole-pianeta risulta quindi:
Nettuno, Urano, Marte, Mercurio, Terra, Saturno, Venere, Giove.

10. La cometa di Halley dista dal Sole $8.767 \cdot 10^{10}$ m al perielio e $5.248 \cdot 10^{12}$ m all'afelio. Il modulo della sua velocità orbitale al perielio è di 54.6 km/s. Calcolare la sua velocità all'afelio in km/s e in m/s. Sapendo che l'ultimo passaggio della cometa di Halley al perielio si è verificato il 9 febbraio 1986, calcolate l'anno del più prossimo ritorno al perielio.

Soluzione

Dette $\boldsymbol{D_A}, \boldsymbol{V_A}, \boldsymbol{D_P}$ e $\boldsymbol{V_P}$ le distanze e le velocità della cometa all'afelio e al perielio, dalla II legge di Keplero sappiamo che:

$$\mathrm{V_A}\ \cdot\ \mathrm{D_A} = \mathrm{V_P}\ \cdot\ \mathrm{D_P}$$

quindi:

$$\mathrm{V_a} = \frac{\mathrm{D_p}}{\mathrm{D_a}}\,\mathrm{V_p} = \frac{8.767\cdot 10^{10}\ \mathrm{m}}{5.248\cdot\ 10^{12}\ \mathrm{m}} \cdot 54.6\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} \simeq 0.912\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} = 912\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Note le distanze all'afelio e al perielio ricaviamo il semiasse maggiore ***a*** dell'orbita:

$$\mathrm{a} = \frac{\mathrm{D_a}\ +\ \mathrm{D_p}}{2} = \frac{8.767\ \cdot\ 10^{10}\ \mathrm{m}\ +\ 5.248\ \cdot\ 10^{12}\ \mathrm{m}}{2} \simeq 2.668\ \cdot\ 10^{12}\ \mathrm{m} \simeq 17.83\ \mathrm{UA}$$

Poiché la cometa di Halley orbita intorno al Sole, il suo periodo di rivoluzione ***T*** in anni vale:

$$\mathrm{T} = \sqrt{a^3} = \sqrt{17.83^3} \simeq 75.29\ anni$$

L'anno ***A*** del ritorno al perielio (arrotondando all'intero più prossimo) sarà quindi:

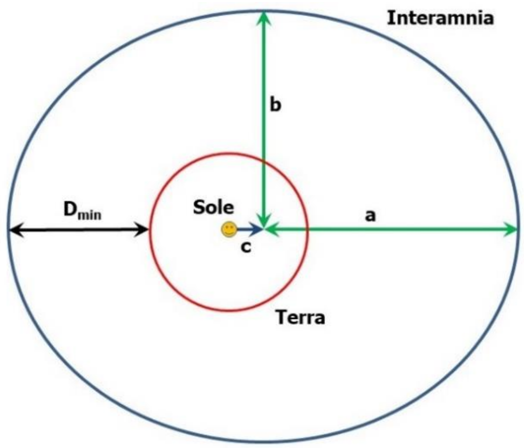
$$A = 1986 + 75 = 2061$$

Nota.

Il periodo orbitale della Halley non è perfettamente costante a causa dell'influenza gravitazionale dei pianeti (in particolare Giove). La data attualmente prevista per il prossimo passaggio al perielio è il 29 luglio 2061.

11. L'Asteroide 704 "Interamnia", scoperto nel 1910, percorre in 5.35 anni un'orbita stabile intorno al Sole, molto prossima al piano dell'eclittica, con eccentricità pari a 0.151. Con l'ausilio di un disegno si dica se l'asteroide costituisce una minaccia per la Terra, ovvero se può collidere con essa. Stimate infine la sua distanza minima dal nostro pianeta.

Soluzione



Detto $\boldsymbol{T}$ il periodo di rivoluzione, il semiasse maggiore $\boldsymbol{a}$ dell'orbita di 704 Interamnia in UA vale:

$$a = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{5.35^2} \simeq 3.06\,UA$$

Nota l'eccentricità **e**, il semiasse minore **b** dell'orbita è dato da:

$$b = a\sqrt{1 - e^2} \simeq 3.06\,UA \cdot \sqrt{1 - 0.0228} \simeq 3.02\,UA$$

La distanza **c** del Sole rispetto all'intersezione dei semiassi è data da:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} \simeq \sqrt{3.06^2 - 3.02^2} \simeq 0.493\,UA$$

L'orbita dell'asteroide, sul piano dell'eclittica e stabile, si trova ben all'esterno di quella della Terra, come ben visibile nel disegno qui sopra. Quindi l'asteroide non costituisce una minaccia per il nostro pianeta.
La minima distanza possibile $\boldsymbol{D_{min}}$ dalla Terra si ha nel caso in cui si verificano contemporaneamente le tre seguenti circostanze: asteroide in opposizione, asteroide al perielio, Terra all'afelio. In questa configurazione, detti $\boldsymbol{D_{Ap}}$ la distanza dal Sole dell'asteroide al perielio, $\mathbf{a_T}$ ed $\mathbf{e_T}$ semiasse maggiore ed eccentricità dell'orbita della Terra e $\boldsymbol{D_{Ta}}$ la distanza della Terra dal Sole all'afelio, la distanza di Interamnia dalla Terra in UA sarebbe:

$$D_{min} = D_{Ap} - D_{Ta} = a\,(1 - e) - a_T\,(1 + e_T)$$

$$D_{min} \simeq 3.06\,UA\,(1 - 0.151) - 1\,UA\,(1 + 0.0167) \simeq 1.58\,UA$$

12. Un satellite artificiale orbita attorno alla Terra su un'orbita ellittica con semiassi maggiore e minore rispettivamente pari a $1.522 \cdot 10^4\,km$ e $1.321 \cdot 10^4\,km$. Calcolate la distanza minima del satellite al perigeo e all'apogeo rispetto alla superficie della Terra e il suo periodo di rivoluzione.

Soluzione

Detti **a** e **b** la lunghezza dei due semiassi, l'eccentricità **e** dell'orbita del satellite è data dalla relazione:

$$\mathrm{e} = \sqrt{1 - \left(\frac{\mathrm{b}^2}{\mathrm{a}^2}\right)} \simeq \sqrt{1 - \left(\frac{1.745 \cdot 10^8\,km^2}{2.316 \cdot 10^8\,km^2}\right)} \simeq 0.4965$$

Le distanze del satellite dal centro della Terra al perigeo $\mathbf{D_P}$ e all'apogeo $\mathbf{D_A}$ valgono quindi:

$$\mathrm{D_P} = \mathrm{a}\,(1 - \mathrm{e}) \simeq 7663\ \mathrm{km} \qquad \mathrm{D_A} = \mathrm{a}\,(1 + \mathrm{e}) \simeq 2.278 \cdot 10^4\ \mathrm{km}$$

La distanza minima di un satellite dalla superficie terrestre si ha quando un osservatore lo vede transitare allo zenith. Quindi per ottenere la distanza minima nei due casi ($\boldsymbol{H_P}$ e $\boldsymbol{H_A}$) basta sottrarre il raggio della Terra alle distanze all'afelio e al perielio:

$$\mathrm{H_P} = \mathrm{D_p} - \mathrm{R_T} \simeq 1285\ \mathrm{km} \qquad \mathrm{H_A} = \mathrm{D_A} - \mathrm{R_T} \simeq 1.640 \cdot 10^4\ \mathrm{km}$$

Applicando la III legge di Keplero generalizzata e considerando che la massa del satellite è ovviamente trascurabile rispetto a quella della Terra, il periodo di rivoluzione **T** è dato da:

$$T = \sqrt{\frac{4\,\pi^2 \cdot a^3}{G \cdot M_T}} \simeq \sqrt{\frac{39.48 \cdot 3.526 \cdot 10^{21}\,m^3}{6.674 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2} \cdot 5.972 \cdot 10^{24}\,kg}} \simeq$$

$$\simeq \sqrt{3.493 \cdot 10^8\,s^2} \simeq 1.869 \cdot 10^4\,s \simeq 311.5\,minuti \simeq 5\,h\ \ 12\,minuti$$

13. Un pianeta descrive attorno alla propria stella un'orbita circolare con raggio uguale a 1 UA e con periodo di rivoluzione uguale al periodo di rivoluzione della Terra attorno al Sole. Calcolate la massa della stella, considerando che rispetto ad essa la massa del pianeta è trascurabile.

Soluzione

Detti $\boldsymbol{a}$ il semiasse maggiore dell'orbita, $\boldsymbol{T}$ il periodo di rivoluzione e $\boldsymbol{M_S}$ la massa della stella, poiché la massa del pianeta è trascurabile, ricaviamo la massa della stella dalla III Legge di Keplero:

$$\mathrm{M_S} = \frac{4\,\pi^2 \cdot \mathrm{a}^3}{\mathrm{G} \cdot \mathrm{T}^2} \simeq \frac{4\,\pi^2 \cdot (149.6 \cdot 10^9\,m)^3}{6.674 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2} \cdot (3.156 \cdot 10^7\,s)^2} \simeq 1.989 \cdot 10^{30}\,kg = 1\,M_\odot$$

Nota.

La massa della stella poteva essere dedotta senza calcoli. Infatti, se il pianeta ha gli stessi parametri orbitali (semiasse maggiore e periodo) della Terra, la stella attorno a cui orbita deve avere la stessa massa del Sole.

14. Calcolate, supponendo che la vostra massa sia di 50.0 kg, il vostro peso sulla superficie della Luna. Supponete di raddoppiare il raggio della Luna a parità di massa, quanto diventerebbe il vostro peso?

Soluzione

Detti $\mathbf{M_L}$ e $\mathbf{R_L}$ la massa e il raggio della Luna, l'accelerazione di gravità $\mathbf{g_L}$ sulla superficie lunare vale:

$$\mathrm{g_L} = \frac{\mathrm{G\,M_L}}{\mathrm{R_L}^2} \simeq \frac{6.674 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2} \cdot 7.342 \cdot 10^{22}\,kg}{(1738 \cdot 10^3\,m)^2} \simeq 1.622\,\frac{m}{s^2}$$

Quindi il peso **P** sulla Luna di una persona con una massa **m** pari a 50.0 kg è:

$$P = m \cdot g_L \simeq 50.0\,kg \cdot 1.623\,\frac{m}{s^2} \simeq 81.2\,N$$

Se la Luna avesse stessa massa ma raggio doppio, l'accelerazione di gravità $\mathbf{g_{L\text{-}2R}}$ sulla superficie varrebbe:

$$\mathrm{g_{L-2R}} = \frac{\mathrm{G\,M_L}}{(2\,R_L)^2} \simeq \frac{6.674 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2} \cdot 7.342 \cdot 10^{22}\,kg}{(3476 \cdot 10^3\,m)^2} \simeq 0.4055\,\frac{m}{s^2}$$

L'accelerazione di gravità sarebbe quindi un quarto di quella attuale e il peso $\mathbf{P_{2R}}$ di una persona con una massa **m** pari a 50.0 kg sarebbe:

$$\mathrm{P_{2R}} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{g_{L-2R}} \simeq 50.0\,\mathrm{kg} \cdot 0.4058\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \simeq 20.3\,\mathrm{N}$$

15. La seguente frase contiene alcune informazioni errate, dite quali. Mercurio è il pianeta più piccolo del Sistema Solare ed è quello più vicino al Sole. Il suo periodo sinodico è di 150.36 giorni. E' l'unico pianeta che possiamo osservare transitare sul disco solare. Tra una congiunzione superiore e una congiunzione inferiore di Mercurio passano circa 58 giorni. E' stato osservato in opposizione nell'estate del 2015.

Soluzione

Mercurio è il pianeta più piccolo del Sistema Solare ed è quello più vicino al Sole: corretto.

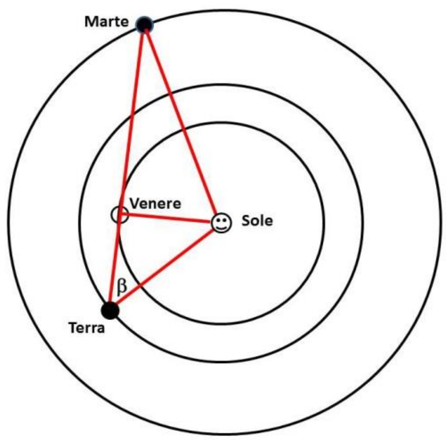
Il suo periodo sinodico è di 150.36 giorni: errato, infatti:

$$S_M = \frac{E \cdot P}{|E - P|} = \frac{365.26 \cdot 87.969}{365.26 - 87.969} = \frac{32132}{2\,77.29} = 115.88\ g$$

È l'unico pianeta che possiamo osservare transitare sul disco solare: errato, oltre a Mercurio anche l'altro pianeta interno, Venere, può essere visto transitare davanti al Sole.
Tra una congiunzione superiore e una congiunzione inferiore di Mercurio passano circa 58 giorni: corretto, è un tempo pari a circa la metà del periodo sinodico (trascurando la differenza di velocità del pianeta all'afelio e al perielio).
E' stato osservato in opposizione nell'estate del 2015: errato, i pianeti interni non possono mai essere in opposizione con il Sole.

16. Osservate una configurazione planetaria molto particolare, con Venere visibile al tramonto alla massima elongazione est e angolarmente vicinissimo (in congiunzione) con Marte. Calcolate la distanza Terra-Marte in quel momento, assumendo tutte le orbite circolari e trascurando le loro inclinazioni sull'eclittica.
Suggerimento: realizzate un disegno (in scala) dell'orbita dei tre pianeti attorno al Sole. Posizionate i pianeti assumendo che Venere e Marte siano angolarmente così vicini da poter essere collocati sulla stessa retta.

Soluzione



Quando Venere è a una massima elongazione, la retta Terra-Venere è tangente all'orbita di Venere. Con le approssimazioni usate possiamo assumere che Sole, Terra, Venere e Marte si trovino ai vertici di due triangoli rettangoli, con il lato Venere-Sole in comune. Per una massima elongazione est otteniamo il disegno a sinistra. Detti **VT** la distanza Terra-Venere, **MV** la distanza Marte-Venere, **VS** la distanza Venere-Sole, **MS** la distanza Marte-Sole, **TS** la distanza Terra-Sole e **MT** la distanza Marte-Terra possiamo risolvere il problema con il teorema di Pitagora.

$$\mathrm{VT} = \sqrt{\mathrm{TS}^2 - \mathrm{VS}^2} \simeq$$

$$\simeq \sqrt{2.238 \cdot 10^{16}\ \mathrm{km}^2 - 1.171 \cdot 10^{16}\ \mathrm{km}^2} \simeq 103.3 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$$

$$\mathrm{MV} = \sqrt{\mathrm{MS}^2 - \mathrm{VS}^2} \simeq \sqrt{5.194 \cdot 10^{16}\ \mathrm{km}^2 - 1.171 \cdot 10^{16}\ \mathrm{km}^2} \simeq 200.6 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$$

$$\mathrm{MT} = \mathrm{VT} + \mathrm{MV} \simeq 103.3 \cdot 10^6\ \mathrm{km} + 200.6 \cdot 10^6\ \mathrm{km} \simeq 303.9 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$$