

OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2015

FINALE NAZIONALE – 19 Aprile

Prova pratica - Categoria Senior



Variabili Cefeidi

Le Cefeidi sono stelle variabili ($\Delta m \sim 1$) di massa $M > 5 M_{\odot}$ ed aventi periodo $1 < P < 70$ giorni. Sono stelle di popolazione I estrema e si osservano facilmente nei bracci delle galassie a spirale.

Per una variabile di questo tipo, una magnitudine di riferimento (chiamata impropriamente *magnitudine media*) è definita come il valore di magnitudine equidistante dalle magnitudini massima e minima.

Nel 1912, dallo studio di circa 2000 cefeidi nella SMC (Piccola Nube di Magellano), venne scoperta dall'astronoma Henriette Leavitt una relazione tra il periodo P di variabilità luminosa e la luminosità media L della stella. Tale relazione può essere scritta nella forma seguente:



$$\log L = 2.549 + 1.152 \log P$$

dove L è espressa in unità di luminosità solare e P è espresso in giorni.

Nella tabella a lato sono riportate le osservazioni relative a una cefeide in un intervallo di 80 giorni.

Da misure spettroscopiche, si sa inoltre che questa stella ha un moto proprio con componente radiale (ovvero diretta verso l'osservatore) $\mu_r = -844$ km/s, dove il segno negativo indica che si sta avvicinando alla Terra.

Giorno	m_v	Giorno	m_v
0	5.45	45	5.50
5	5.10	50	5.45
10	4.50	55	5.10
15	4.79	60	4.50
20	5.02	65	4.79
25	5.18	70	5.02
30	5.31	75	5.18
35	5.40	80	5.31
40	5.47		

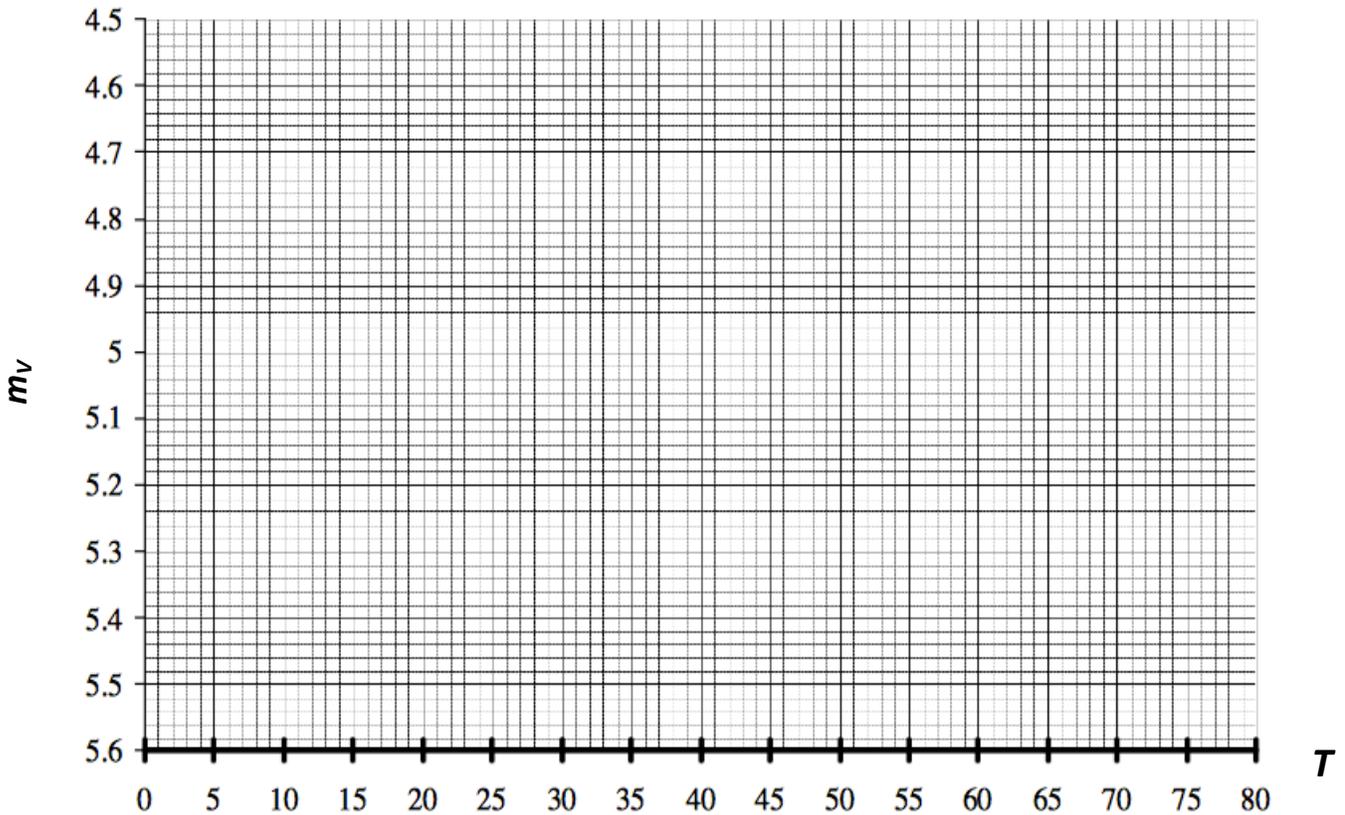
Ricavare:

- La curva di luce della cefeide, utilizzando il grafico in carta millimetrata fornito allo scopo.
- Il Periodo P della cefeide sul grafico precedentemente ricavato: $P = \underline{\hspace{2cm}}$ giorni.
- La magnitudine apparente media, da indicare anche sul grafico: $\langle m_v \rangle = \underline{\hspace{2cm}}$.
- La magnitudine assoluta della cefeide:
 $M_V = \underline{\hspace{2cm}}$.
- Il modulo di distanza: $\underline{\hspace{2cm}}$.
- La distanza della Cefeide: $d = \underline{\hspace{2cm}}$ pc e $d = \underline{\hspace{2cm}}$ anni luce e la sua parallasse

$\pi =$ _____.

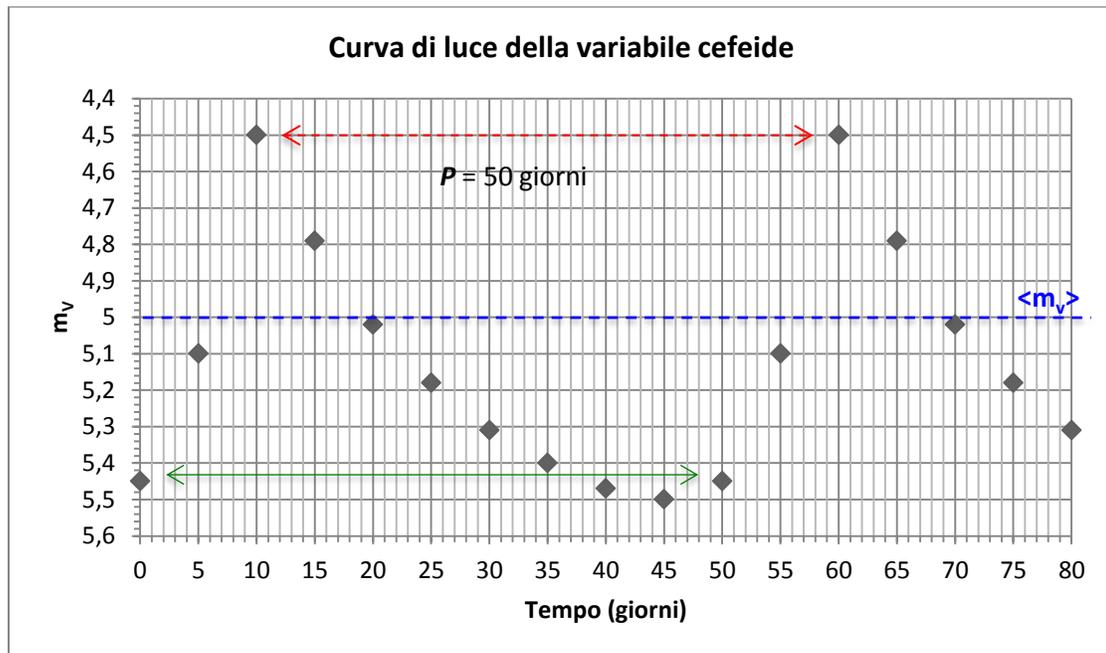
Si risponda inoltre alle seguenti domande:

7. In base al risultato ottenuto, dire se la variabile in questione si trova nella Via Lattea, nella Piccola Nube di Magellano o nella Galassia di Andromeda: _____
8. Assumendo che la velocità radiale e la luminosità della cefeide siano rimaste costanti negli ultimi 4 milioni di anni, dire se al tempo dei primi ominidi di cui si hanno tracce fossili (circa 4 milioni di anni fa) la variabile era osservabile ad occhio nudo (magnitudine limite pari a 6).
9. Calcolare inoltre quale avrebbe dovuto essere invece la velocità radiale della cefeide affinché, 4 milioni di anni fa, la sua magnitudine apparente fosse stata esattamente uguale a 6.
10. Si spieghi per quale motivo la relazione periodo-luminosità è stata scoperta osservando tutte cefeidi della Piccola Nube di Magellano.



Soluzione

- Costruiamo la curva di luce della variabile cefeide utilizzando i dati in tabella:



- Dall'analisi della curva di luce (distanza tra 2 massimi o, in generale, 2 punti corrispondenti consecutivi) si ricava **$P = 50$ giorni**
- La magnitudine apparente media $\langle m_v \rangle$ si trova, nel grafico, a metà strada tra la magnitudine massima e minima della curva di luce, come indicato nel grafico: **$\langle m_v \rangle = 5.00$**
- Dalla relazione "Periodo – Luminosità" si ottiene: $\log L = 2.549 + 1.152 \log P = 4.5062$
Poiché conosciamo la magnitudine assoluta del Sole ($M_{\odot} = 4.83$), possiamo scrivere:
 $M_v = 4.8 - 2.5 \log L = 4.8 - 2.5 \cdot 4.5062 = -6.44$
- Il modulo di distanza è dato da: **$m - M = 5.00 + 6.47 = 11.44$**
- La distanza **d** in parsec si ricava dal modulo di distanza, essendo:
 $m - M = 5 \log d - 5 \quad \rightarrow \quad 11.44 + 5 = 5 \log d \quad \rightarrow \quad d = 10^{3.288} = 1940.9 \text{ pc}$
Poiché tra pc e anni luce vale la relazione: $1 \text{ pc} = 3.26 \text{ a.l.}$, si ha: **$d = 6327.3 \text{ a.l.}$** ; infine la parallasse, in secondi d'arco, è semplicemente l'inverso della distanza espressa in parsec: **$\pi = 0''00052$**
- Poiché la cefeide dista da noi circa 2 kpc, possiamo dire che si trova all'interno della **Via Lattea**.
- Nell'intervallo $\Delta t = 4$ milioni di anni la stella ha percorso in direzione della Terra, alla velocità μ_r , una distanza x pari a:

$$x = \mu_r \cdot \Delta t = 844 \text{ km/s} \cdot 4 \cdot 10^6 \text{ anni}$$

che possiamo esprimere direttamente in anni luce convertendo la velocità in unità di velocità della luce c , ossia:

$$x = \frac{844 \text{ km/s}}{3 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \cdot 4 \cdot 10^6 \text{ anni} \cdot c = 11253.3 \text{ a.l.}$$

Di conseguenza, all'epoca dei primi ominidi la cefeide si trovava ad una distanza D_4 pari a

$$D_4 = 11253.3 + 6327.3 = 17580.6 \text{ a.l.} = 5392.8 \text{ pc}$$

e dunque, il modulo di distanza (con la magnitudine assoluta M invariata) era pari a:

$$m_4 - M = 5 \cdot \log(D_4) - 5 = 13.66$$

In definitiva, la magnitudine apparente era pari a: $m_4 = 13.67 + M = 13.66 - 6.44 = 7.22$
e quindi la cefeide **non** era osservabile ad occhio nudo.

9. Per calcolare la velocità che avrebbe reso la cefeide visibile, ripetiamo all'inverso il procedimento appena svolto; il modulo di distanza avrebbe dovuto essere pari a:

$$m_4 - M = 6 + 6.44 = 12.44$$

e la distanza sarebbe stata quindi pari a

$$D_4 = 10^{(12.44+5)/5} = 10^{3.488} = 3076.1 \text{ pc} = 10028.1 \text{ a.l.}$$

Dunque la stella avrebbe dovuto percorrere un tratto di lunghezza x pari a

$$x = 10028.1 - 6327.3 \text{ a.l.} = 3700.8 \text{ a.l.}$$

In conclusione, la sua velocità avrebbe dovuto essere pari a

$$\mu_r = \frac{3700.8 \text{ a.l.}}{4 \cdot 10^6 \text{ anni}} = 9.25 \cdot 10^{-4} \text{ c} = 9.25 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 277.6 \text{ km/s}$$

Nota: Come ulteriore analisi possiamo considerare che la stella è una variabile e prendere in esame i casi in cui risulti sempre visibile, ovvero quanto al minimo di luminosità la magnitudine apparente è pari a 6, oppure visibile per un breve istante, ovvero quanto al massimo di luminosità la magnitudine apparente è pari a 6. In questi casi non bisogna considerare la magnitudine assoluta che scaturisce dalla magnitudine media, ma quella che si ottiene considerando la magnitudine minima e massima.

10. La relazione periodo-luminosità è stata scoperta osservando le cefeidi della Piccola Nube di Magellano perché si potevano assumere, con ottima approssimazione, tutte alla stessa distanza dalla Terra. La distanza della Piccola Nube di Magellano (circa 200000 anni luce) è almeno dieci volte maggiore delle dimensioni della nube stessa e quindi il grado di approssimazione suddetto è dell'ordine del 10%. Potendo assumere che la distanza delle cefeidi osservate era la stessa per tutte, la loro magnitudine apparente differiva da quella assoluta solo per un termine costante: di conseguenza la relazione periodo-luminosità appariva evidente anche utilizzando le sole magnitudini apparenti.



Olimpiadi Italiane di Astronomia 2015

Finale Nazionale

Alcuni dati di interesse

Tabella 1 – Sole

<i>Raggio medio</i>	695475 km	<i>Età stimata</i>	$4.57 \cdot 10^9$ anni
<i>Massa</i>	$1.99 \cdot 10^{30}$ kg	<i>Classe spettrale</i>	G2 V
<i>Temperatura superficiale</i>	5778 K	<i>Posizione nel diagramma HR</i>	Sequenza principale
<i>Magnitudine apparente dalla Terra</i>	- 26.8	<i>Distanza media dal centro galattico</i>	27000 anni-luce
<i>Magnitudine assoluta</i>	+ 4.83	<i>Periodo di rivoluzione intorno al centro galattico</i>	$2.5 \cdot 10^8$ anni

Tabella 2 – Sistema Solare

	<i>Mercurio</i>	<i>Venere</i>	<i>Terra</i>	<i>Luna</i>	<i>Marte</i>	<i>Giove</i>	<i>Saturno</i>	<i>Urano</i>	<i>Nettuno</i>
<i>Raggio medio (km)</i>	2440	6052	6378	1738	3397	71492	60268	25559	24766
<i>Massa (kg)</i>	$3.30 \cdot 10^{23}$	$4.87 \cdot 10^{24}$	$5.97 \cdot 10^{24}$	$7.35 \cdot 10^{22}$	$6.42 \cdot 10^{23}$	$1.90 \cdot 10^{27}$	$5.68 \cdot 10^{26}$	$8.68 \cdot 10^{25}$	$1.02 \cdot 10^{26}$
<i>Semiassse maggiore dell'orbita (km)</i>	$57.9 \cdot 10^6$	$108.2 \cdot 10^6$	$149.6 \cdot 10^6$	$384.4 \cdot 10^3$	$227.9 \cdot 10^6$	$778.3 \cdot 10^6$	$1.43 \cdot 10^9$	$2.87 \cdot 10^9$	$4.50 \cdot 10^9$
<i>Periodo orbitale</i>	87.97^g	224.70^g	1^a	27.32^g	1.88^a	11.86^a	29.45^a	84.07^a	164.88^a
<i>Eccentricità dell'orbita</i>	0.206	0.007	0.017	0.055	0.093	0.048	0.056	0.046	0.001
<i>Tipo</i>	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	gassoso	gassoso	gassoso	gassoso

Tabella 3 – Area della superficie per figure geometriche notevoli

	<i>Triangolo</i>	<i>Rettangolo</i>	<i>Quadrato</i>	<i>Cerchio</i>	<i>Ellisse</i>	<i>Sfera</i>
<i>Area</i>	$b h / 2$	$l_1 l_2$	l^2	πR^2	$\pi a b$	$4 \pi R^2$

Tabella 4 – Costanti fisiche

Nome	<i>Simbolo</i>	<i>Valore</i>	<i>Unità di misura</i>
<i>Costante di Stefan-Boltzmann</i>	σ	$5.67 \cdot 10^{-8}$	$W m^{-2} K^{-4}$
<i>Velocità della luce nel vuoto</i>	c	299792	$km s^{-1}$
<i>Costante di Gravitazione Universale</i>	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$	$m^3 kg^{-1} s^{-2}$
<i>Accelerazione di gravità al livello del mare</i>	g	9.81	$m s^{-2}$

Tabella 5 – Formule per i triangoli rettangoli

<i>Teorema di Pitagora</i>	$c^2 = a^2 + b^2$
<i>Funzioni trigonometriche</i>	$a = c \sin \beta$ $a = c \cos \alpha$ $a = b \tan \beta$

