

OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2015

FINALE NAZIONALE – 19 Aprile

Prova pratica - Categoria Junior



Variabili Cefeidi

Le Cefeidi sono stelle variabili ($\Delta m \sim 1$) di massa $M > 5 M_{\odot}$ ed aventi periodo $1 < P < 70$ giorni. Sono stelle di popolazione I estrema e si osservano facilmente nei bracci delle galassie a spirale.

Per una variabile di questo tipo, una magnitudine di riferimento (chiamata impropriamente *magnitudine media*) è definita come il valore di magnitudine equidistante dalle magnitudini massima e minima.

Nel 1912, dallo studio di circa 2000 cefeidi nella SMC (Piccola Nube di Magellano), venne scoperta dall'astronoma Henriette Leavitt una relazione tra il periodo P di variabilità luminosa e la luminosità media L della stella. Tale relazione può essere scritta nella forma seguente:



$$\log L = 2.549 + 1.152 \log P$$

dove L è espressa in unità di luminosità solare e P è espresso in giorni.

Nella tabella a lato sono riportate le osservazioni relative a una cefeide in un intervallo di 80 giorni.

Da misure spettroscopiche, si sa inoltre che questa stella ha un moto proprio con componente radiale (ovvero diretta verso l'osservatore) $\mu_r = -844$ km/s, dove il segno negativo indica che si sta avvicinando alla Terra.

Giorno	m_v	Giorno	m_v
0	5.45	45	5.50
5	5.10	50	5.45
10	4.50	55	5.10
15	4.79	60	4.50
20	5.02	65	4.79
25	5.18	70	5.02
30	5.31	75	5.18
35	5.40	80	5.31
40	5.47		

Ricavare:

- La curva di luce della cefeide, utilizzando il grafico in carta millimetrata fornito allo scopo.
- Il Periodo P della cefeide sul grafico precedentemente ricavato: $P = \underline{\hspace{2cm}}$ giorni.
- La magnitudine apparente media, da indicare anche sul grafico: $\langle m_v \rangle = \underline{\hspace{2cm}}$.

- La magnitudine assoluta della cefeide:

$$M_V = \underline{\hspace{2cm}}.$$

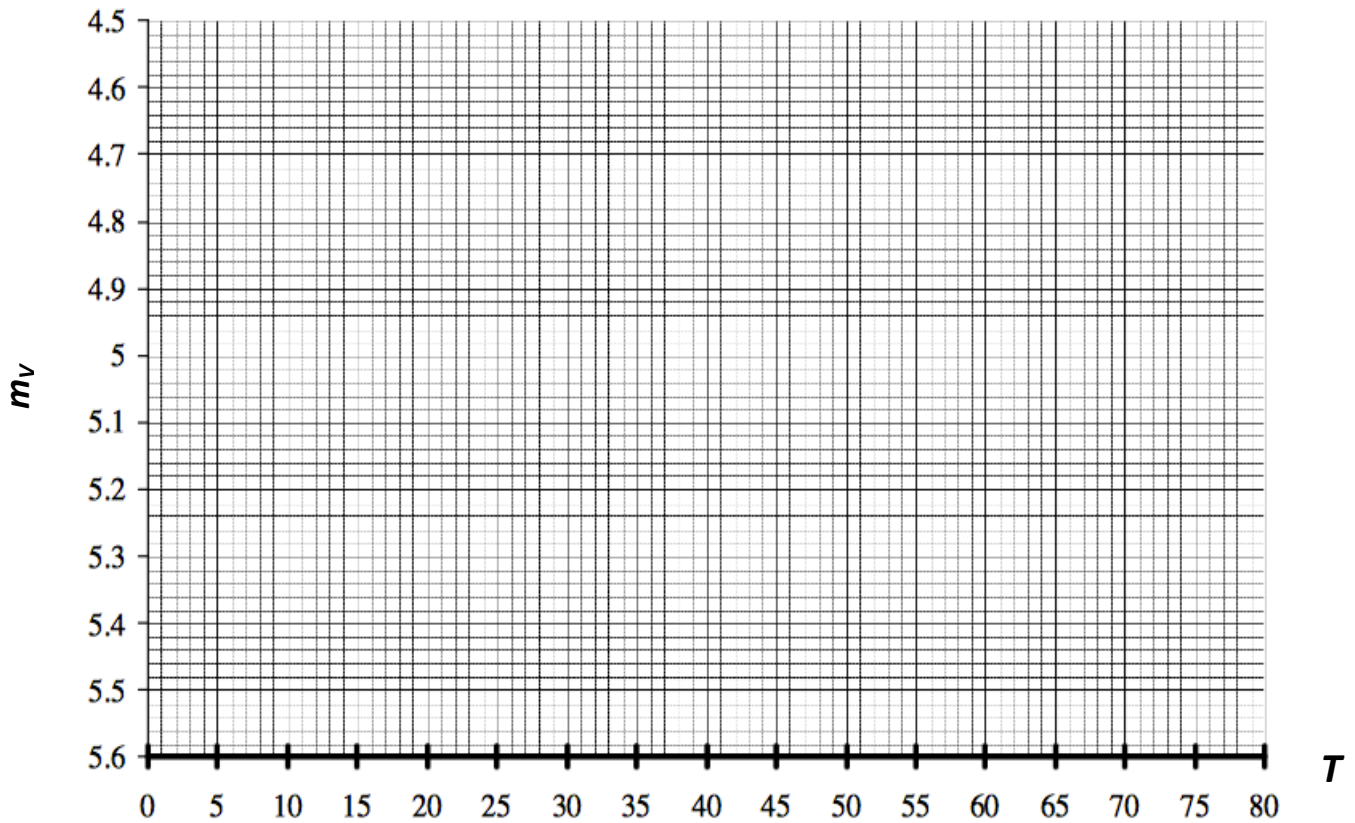
- Il modulo di distanza: $\underline{\hspace{2cm}}$.

- La distanza della Cefeide: $d = \underline{\hspace{2cm}}$ pc e $d = \underline{\hspace{2cm}}$ anni luce e la sua parallasse

$\pi =$ _____.

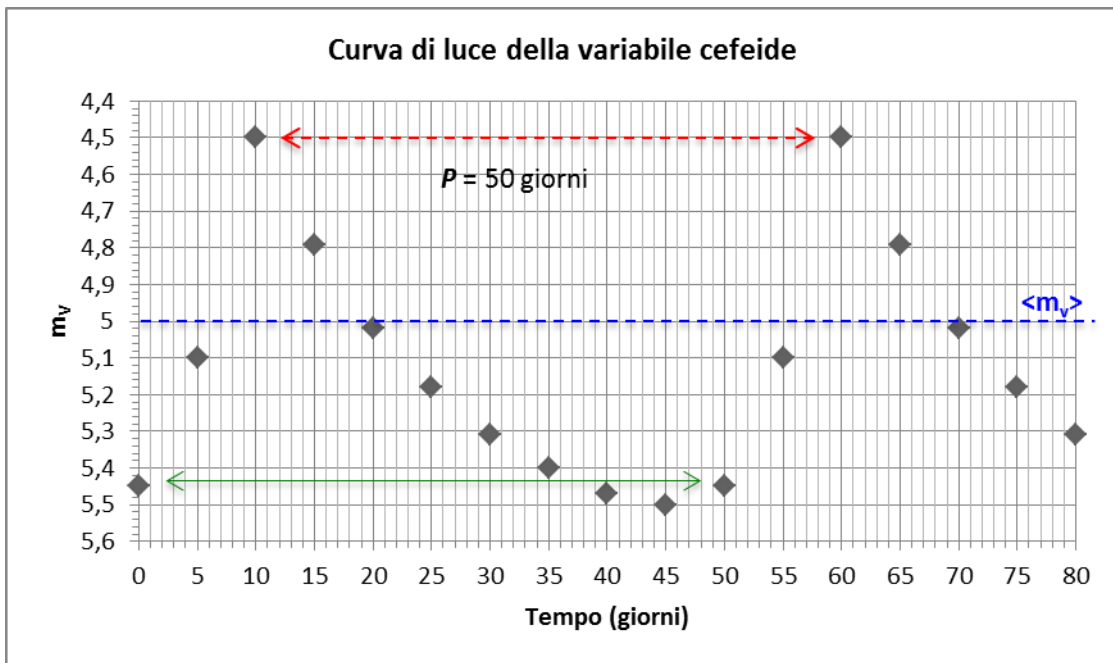
Si risponda inoltre alle seguenti domande:

7. In base al risultato ottenuto, dire se la variabile in questione si trova nella Via Lattea, nella Piccola Nube di Magellano o nella Galassia di Andromeda: _____
8. Assumendo che la velocità radiale e la luminosità della cefeide siano rimaste costanti negli ultimi 4 milioni di anni, dire se al tempo dei primi ominidi di cui si hanno tracce fossili (circa 4 milioni di anni fa) la variabile era osservabile ad occhio nudo (magnitudine limite pari a 6).



Soluzione

- Costruiamo la curva di luce della variabile cefeide utilizzando i dati in tabella:



- Dall'analisi della curva di luce (distanza tra 2 massimi o, in generale, 2 punti corrispondenti consecutivi) si ricava **$P = 50$ giorni**
- La magnitudine apparente media $\langle m_v \rangle$ si trova, nel grafico, a metà strada tra la magnitudine massima e minima della curva di luce, come indicato nel grafico: **$\langle m_v \rangle = 5.00$**

- Dalla relazione "Periodo – Luminosità" si ottiene: $\log L = 2.549 + 1.152 \log P = 4.5062$

Poiché conosciamo la magnitudine assoluta del Sole ($M_{\odot} = 4.83$), possiamo scrivere:

$$M_v = 4.8 - 2.5 \log L = 4.8 - 2.5 \cdot 4.5062 = -6.44$$

- Il modulo di distanza è dato da: $m - M = 5.00 + 6.47 = 11.44$

- La distanza d in parsec si ricava dal modulo di distanza, essendo:

$$m - M = 5 \log d - 5 \quad \rightarrow \quad 11.44 + 5 = 5 \log d \quad \rightarrow \quad d = 10^{3.288} = 1940.9 \text{ pc}$$

Poiché tra pc e anni luce vale la relazione: $1 \text{ pc} = 3.26 \text{ a.l.}$, si ha: **$d = 6327.3 \text{ a.l.}$** ; infine la parallasse, in secondi d'arco, è semplicemente l'inverso della distanza espressa in parsec: **$\pi = 0''00052$**

- Poiché la cefeide dista da noi circa 2 kpc, possiamo dire che si trova all'interno della **Via Lattea**.

- Nell'intervallo $\Delta t = 4$ milioni di anni la stella ha percorso in direzione della Terra, alla velocità μ_r , una distanza x pari a:

$$x = \mu_r \cdot \Delta t = 844 \text{ km/s} \cdot 4 \cdot 10^6 \text{ anni}$$

che possiamo esprimere direttamente in anni luce convertendo la velocità in unità di velocità della luce c , ossia:

$$x = \frac{844 \text{ km/s}}{3 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \cdot 4 \cdot 10^6 \text{ anni} \cdot c = 11253.3 \text{ a.l.}$$

Di conseguenza, all'epoca dei primi ominidi la cefeide si trovava ad una distanza D_4 pari a

$$D_4 = 11253.3 + 6327.3 = 17580.6 \text{ a.l.} = 5392.8 \text{ pc}$$

e dunque, il modulo di distanza (con la magnitudine assoluta M invariata) era pari a:

$$m_4 - M = 5 \cdot \log(D_4) - 5 = 13.66$$

In definitiva, la magnitudine apparente era pari a: $m_4 = 13.67 + M = 13.66 - 6.44 = 7.22$

e quindi la cefeide **non** era osservabile ad occhio nudo.

Nota: Come ulteriore analisi possiamo considerare che la stella è una variabile e prendere in esame i casi in cui risulti sempre visibile, ovvero quanto al minimo di luminosità la magnitudine apparente è pari a 6, oppure visibile per un breve istante, ovvero quanto al massimo di luminosità la magnitudine apparente è pari a 6. In questi casi non bisogna considerare la magnitudine assoluta che scaturisce dalla magnitudine media, ma quella che si ottiene considerando la magnitudine minima e massima.



Olimpiadi Italiane di Astronomia 2015

Finale Nazionale

Alcuni dati di interesse

Tabella 1 – Sole

<i>Raggio medio</i>	695475 km	<i>Età stimata</i>	$4.57 \cdot 10^9$ anni
<i>Massa</i>	$1.99 \cdot 10^{30}$ kg	<i>Classe spettrale</i>	G2 V
<i>Temperatura superficiale</i>	5778 K	<i>Posizione nel diagramma HR</i>	Sequenza principale
<i>Magnitudine apparente dalla Terra</i>	- 26.8	<i>Distanza media dal centro galattico</i>	27000 anni-luce
<i>Magnitudine assoluta</i>	+ 4.83	<i>Periodo di rivoluzione intorno al centro galattico</i>	$2.5 \cdot 10^8$ anni

Tabella 2 – Sistema Solare

	<i>Mercurio</i>	<i>Venere</i>	<i>Terra</i>	<i>Luna</i>	<i>Marte</i>	<i>Giove</i>	<i>Saturno</i>	<i>Urano</i>	<i>Nettuno</i>
<i>Raggio medio (km)</i>	2440	6052	6378	1738	3397	71492	60268	25559	24766
<i>Massa (kg)</i>	$3.30 \cdot 10^{23}$	$4.87 \cdot 10^{24}$	$5.97 \cdot 10^{24}$	$7.35 \cdot 10^{22}$	$6.42 \cdot 10^{23}$	$1.90 \cdot 10^{27}$	$5.68 \cdot 10^{26}$	$8.68 \cdot 10^{25}$	$1.02 \cdot 10^{26}$
<i>Semiassse maggiore dell'orbita (km)</i>	$57.9 \cdot 10^6$	$108.2 \cdot 10^6$	$149.6 \cdot 10^6$	$384.4 \cdot 10^3$	$227.9 \cdot 10^6$	$778.3 \cdot 10^6$	$1.43 \cdot 10^9$	$2.87 \cdot 10^9$	$4.50 \cdot 10^9$
<i>Periodo orbitale</i>	87.97^g	224.70^g	1^a	27.32^g	1.88^a	11.86^a	29.45^a	84.07^a	164.88^a
<i>Eccentricità dell'orbita</i>	0.206	0.007	0.017	0.055	0.093	0.048	0.056	0.046	0.001
<i>Tipo</i>	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	gassoso	gassoso	gassoso	gassoso

Tabella 3 – Area della superficie per figure geometriche notevoli

	<i>Triangolo</i>	<i>Rettangolo</i>	<i>Quadrato</i>	<i>Cerchio</i>	<i>Ellisse</i>	<i>Sfera</i>
<i>Area</i>	$b h / 2$	$l_1 l_2$	l^2	πR^2	$\pi a b$	$4 \pi R^2$

Tabella 4 – Costanti fisiche

Nome	<i>Simbolo</i>	<i>Valore</i>	<i>Unità di misura</i>
<i>Costante di Stefan-Boltzmann</i>	σ	$5.67 \cdot 10^{-8}$	$W m^{-2} K^{-4}$
<i>Velocità della luce nel vuoto</i>	c	299792	$km s^{-1}$
<i>Costante di Gravitazione Universale</i>	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$	$m^3 kg^{-1} s^{-2}$
<i>Accelerazione di gravità al livello del mare</i>	g	9.81	$m s^{-2}$

Tabella 5 – Formule per i triangoli rettangoli

<i>Teorema di Pitagora</i>	$c^2 = a^2 + b^2$
<i>Funzioni trigonometriche</i>	$a = c \sin \beta$ $a = c \cos \alpha$ $a = b \tan \beta$

